LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA NO MUSEU

USOS E PERSPECTIVAS

Aluska Dias Ramos de Macedo Silva | Organizadora
Leonardo Lira de Brito · Silvanio de Andrade | Autores

Aluska Dias Ramos de Macedo Silva | Organizadora
Leonardo Lira de Brito • Silvanio de Andrade | Autores

LABORATÓRIO DE MATEMÁTICA NO MUSEU

USOS E PERSPECTIVAS

edufcg
Campina Grande - PB
2024

B8621 Brito, Leonardo Lira de.
Laboratório de matemática no museu: usos e perspectivas [livro eletrônico] / Leonardo Lira de Brito, Silvanio de Andrade; Aluska Dias Ramos de Macedo Silva (Organizadora) - Campina Grande: EDUFCG, 2024.

163 f. : il. color.

E-book (PDF)
ISBN: 978-85-8001-278-1

1. Laboratório de Matemática no Museu. 2. Educação Matemática. 3. Materiais Manipuláveis. I. Título.

CDU 51:069.271

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECÁRIA ITAPUANA SOARES DIAS GONÇALVES CRB-15/093

EDITORA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE–EDUFCG
atendimento@editora.ufcg.edu.br

Prof. Dr. Antônio Fernandes Filho
Reitor

Prof. Dr. Mario Eduardo Rangel Moreira Cavalcanti Mata
Vice-Reitor

Prof. Dr. Bruno Medeiros Roldão de Araújo
Diretor EDUFCG

Simone Cunha
Revisão

Yasmine Lima
Diagramação

João Vitor Pereira da Silva/ Freepik
Capa

Sumário

Prefácio

Começo este texto refletindo sobre grandes temas que se fazem presentes em nosso cotidiano, principalmente no contexto de quem lida com o processo de ensino e aprendizagem da Educação Básica ao Ensino Superior: a Educação em um contexto geral e o ensino de Matemática em particular.

Consoante Brandão (2002, p. 3), “ninguém escapa da educação. Em casa, na rua, na igreja ou na escola, de um modo ou de muitos, todos nós envolvemos pedaços da vida com ela: para aprender, para ensinar, para aprender-e-ensinar[1]”. Assim, passamos a refletir sobre diferentes espaços em que os processos de ensino e de aprendizagens acontecem, desde um contexto formal ao informal. Formalmente, o cenário educacional se faz principalmente nas unidades escolares, ao pensarmos na Educação Básica e no processo de formação profissional em diferentes áreas, a partir dos cursos técnicos e do Ensino Superior.

[1]. BRANDÃO, C. R. **O que é educação**. São Paulo: Editora Brasiliense, 2002.

Mas, informalmente, em que contextos, ambientes, lugares, pessoas, diálogos, ações e espaços, podemos aprender? Responder a esses questionamentos nos levaria a diferentes discussões, autores, propostas, pontos de vista e certamente não teríamos respostas únicas, mas sim possibilidades, caminhos e olhares distintos para um mesmo cenário.

O campo intitulado Educação se constitui por diferentes atores, possibilidades, propostas, metodologias, disciplinas, áreas de conhecimento, espaços, mudanças... Vamos restringir nosso olhar para uma disciplina específica: a Matemática. Tratar sobre essa área do conhecimento no sentido de discutir questões sobre o processo de ensino e aprendizagem desse campo do conhecimento resultou em uma área denominada de Educação Matemática. Nessa perspectiva, D'Ambrosio (2005, p. 32) evidencia que "estamos construindo o futuro. E, nesse construir, estamos permanentemente criando e recriando conhecimento para nossa sobrevivência e transcendência, tendo a Matemática e as ciências como parte dessa criação e recriação[2]".

Nesse contexto, sendo a Educação Matemática caracterizada como uma área abrangente de estudos e pesquisas, interdisciplinar, que se apoia no conhecimento de diferentes campos do saber, indo além da Educação e da Matemática, Flemming, Luz e Mello (2005, p. 13) sublinham que ela "[...] caracteriza-se como um campo de pesquisa amplo, que busca a melhoria do processo ensino-aprendizagem de Matemática[3]".

[2]. D'AMBROSIO, U. A Matemática como prioridade numa sociedade moderna. **Dialogia**, São Paulo, v. 4, p. 31-44, 2005.

[3]. FLEMMING, D. M.; LUZ, E. F.; MELLO, A. C. C. **Tendências em Educação Matemática.** 2. ed. Palhoça: UnisulVirtual, 2005.

Do exposto, podemos perceber que tanto o campo educacional quanto o campo da Educação Matemática são multifacetados, possuem distintas abordagens e possibilidades de fazer, mas um fazer intencional, independente de ser formal ou informal, visando sempre ao processo de aquisição de conhecimentos, pensando em pontos que abrangem diferentes questões desse processo.

Nesse contexto, sublinho uma possibilidade, um caminho que apresenta uma imbricação do formal com o informal, objetivando inserir a Matemática (disciplina que historicamente é considerada por muitos como difícil, complicada) no museu (espaço que geralmente é associado ao visual, a coisas antigas, curiosas e não convencionais). Não que isso seja impossível, pois podemos pensar em artefatos, livros antigos e tantos outros itens que podem ser expostos em um museu e fazer relação direta e indireta com a Matemática e sua história.

Porém, a proposta deste trabalho, intitulado *Laboratório de Matemática no museu: usos e perspectivas*, busca associar o espaço do museu como um local para o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos, associando o formal e o informal através da exploração de diferentes recursos, com ênfase no brincar, explorar, conhecer e fazer.

Assim, o experimentar, o jogar, o fazer, o construir, o manipular em um ambiente não habitual aos alunos da Educação Básica, aliado à proposta de trabalho com conceitos e conteúdos matemáticos, ganha mais significado, promove uma aprendizagem com compreensão e favorece uma aproximação dos alunos com a disciplina, visando desmistificar representações ancoradas em uma área considerada como difícil, de acesso a poucos e quase incompreensível a uma parcela de nossos discentes.

Ademais, discussões relacionadas ao uso de materiais didáticos diversos, à construção e estruturação de um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), à preparação, execução e análise das atividades desenvolvidas no espaço do museu são abordadas e refletidas no presente livro, permitindo-nos ver outros espaços para a construção do conhecimento matemático.

Finalizo este prefácio destacando a importância de obras dessa natureza, promovendo reflexões, novos olhares e propostas de trabalho que associem o formal e o informal, buscando uma articulação da escola com a Universidade, propondo o diálogo e a troca de experiências entre professores formados, em processo de formação continuada e em formação inicial, mostrando o quanto essas trocas de conhecimentos e vivências podem cooperar para um fim: promover melhorias no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática.

Professor Tiêgo dos Santos Freitas (UEPB-CCHE)
Campina Grande-PB, 13 de julho de 2023

Introdução

Ao longo da minha formação inicial no curso de licenciatura em Matemática, no Instituto Federal de Educação Ciências e Tecnologia da Paraíba, Campus Campina Grande (IFPB), começaram as inquietações com os processos de ensino-aprendizagem da Matemática. E se tornaram ainda maiores quando comecei a lecionar e observar que muitos alunos não gostam de Matemática e têm muitas dificuldades em aprendê-la.

Ao cursar as disciplinas de Prática de Ensino e de Tecnologias no Ensino de Matemática (TIC), adquiri novos saberes sobre a referida temática e conheci outras estratégias metodológicas que visam facilitar o trabalho didático do professor em seu cotidiano escolar, bem como aprofundei os estudos sobre a Educação Matemática como um campo de pesquisa.

Motivado pelo interesse em realizar pesquisas sobre a Metodologia de Ensino de Matemática através do uso dos Materiais Didáticos de Manipulação (MDM), fui monitor da disciplina de Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) durante um ano e tive a oportunidade de investigar mais sobre as potencialidades do uso dos materiais didáticos manipuláveis no ensino de Matemática.

Assim, motivado pelo interesse em pesquisar sobre a referida temática, decidi participar da seleção do Mestrado Acadêmico em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB).

Outro aspecto importante e que fortaleceu o aprofundamento teórico sobre o tema diz respeito à publicação de artigos e comunicações em eventos da área como: o IV EPBEM – Encontro Paraibano de Educação Matemática, o ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática e o SIPEMAT – Simpósio Internacional de Educação Matemática.

A participação em tais eventos externos e a apresentação em diversos trabalhos locais dentro da própria universidade (UEPB), além das apresentações e discussões no GEPEP – Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação e Pós-Modernidade – contribuíram para o amadurecimento teórico em torno do tema de pesquisa.

Em um primeiro momento, a ideia era desenvolver essa pesquisa em uma turma de Ensino Médio, utilizando apenas materiais didáticos para o ensino de geometria. Mas, em conversa com o orientador, ele propôs desenvolvermos esse trabalho em um laboratório de Matemática na perspectiva de um museu de ciências, no qual trabalharíamos com alunos do Ensino Fundamental do 6º ao 9º ano.

Inicialmente, foi um grande desafio, pois apresentar propostas de trabalho que explorassem os aspectos práticos e de aplicações da Matemática no ambiente fora da sala de aula convencional fez com que nossa pesquisa fosse realizada junto ao projeto Programa de Apoio à Formação e ao Ensino no Município de Campina Grande (PROAF) no laboratório de Matemática de um museu público do Estado da Paraíba, com a proposta de desenvolver atividades experimentais relacionadas ao uso dos recursos didáticos e que pudessem ser exploradas no próprio laboratório de Matemática do referido museu.

Entretanto, a falta de objetivos bem definidos sobre o uso dessa linha de pesquisa mostrou a necessidade de um amadurecimento teórico e prático em torno dos museus de ciências, do LEM e do uso do material didático de manipulação, buscando evidenciar um quadro teórico sobre as pesquisas publicadas, assim como tentar aprofundar nossa compreensão em torno de propostas de ensino-aprendizagem que explorassem a temática na forma de experimentos em museus de ciências.

Para isso, fundamentamo-nos em pesquisas sobre o uso dos museus como ambientes que podem propiciar a aprendiza-gem, tais como Almeida (1997), Falcão (2009), Pereira (2007), entre outros. Também em autores que falam sobre o uso dos materiais didáticos no ensino da Matemática, tais como Aguiar (1999), Cedro (2004), Carvalho (1994), Lorenzato (2006), Moura (1999), Nacarato (2005), Rocco (2010), entre outros autores que defendem a utilização de tais recursos no ensino de Matemática.

Nessa perspectiva, apresentamos uma pesquisa desenvolvida dentro do Laboratório de Matemática de um Museu Público do Estado da Paraíba em turmas do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental da cidade de Campina Grande-PB. Essa pesquisa não tem como espírito apontar os possíveis erros dos monitores, mas sim trazer um olhar mais cuidadoso para o uso do LEM quando inserido em um museu.

A pergunta para nos nortear no decorrer da pesquisa foi: de que forma um Laboratório de Ensino de Matemática inserido em um museu de ciências pode ser utilizado para o desenvolvimento de ideias matemáticas?

Percebemos que a metodologia adequada para essa pesquisa é qualitativa, por entendermos que esse tipo de abordagem busca a compreensão dos significados da pesquisa e não somente sua explicação, como comumente acontece com a metodologia quantitativa.

De acordo com Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa compreende cinco características, que são:

> Na investigação qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal; 2. A investigação qualitativa é descritiva. Os dados recolhidos são em forma de palavras ou imagens e não de números; 3. Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos; 4. Os investigadores qualitativos tendem a analisar os seus dados de forma indutiva; 5. O significado é de importância vital na abordagem qualitativa (Bogdan, 1994, p. 47-49).

Na nossa pesquisa, identificamos que a fonte direta dos dados foram as aulas ministradas no museu, que aconteciam naturalmente dentro do projeto PROAF, como pesquisador presente acompanhando algumas aulas. Os dados foram coletados na forma de palavras e imagens, observando os detalhes para tentar compreender o fenômeno como um todo. Dentro dessas observações, estávamos olhando mais para o processo do que para o resultado. A análise dos dados foi feita de modo intuitivo e a partir das descrições.

O trabalho de campo foi desenvolvido pelo próprio professor-pesquisador, primeiro autor, junto com os monitores que atuam no projeto intitulado Programa de Apoio à Formação e ao Ensino no Município de Campina Grande-PB (PROAF), dentro de uma realidade um pouco diferente da sala de aula tradicional.

Nessa pesquisa, pretendemos identificar como uma proposta de ensino-aprendizagem com o uso de material didático de manipulação em um laboratório de Matemática no museu pode contribuir para o desenvolvimento de ideias matemáticas durante a realização de experimentos.

Assim, este livro fundamenta-se em outras pesquisas já publicadas, nas quais foi possível identificarmos que a utilização de museus de ciências pode auxiliar os alunos no processo de ensino-aprendizagem nas áreas de Biologia, Química e Física.

Sendo assim, reestruturamos a realidade do LEM no museu para o ensino de Matemática, através de aulas experimentais, utilizando os Materiais Didáticos de Manipulação (MDM) durante as visitas que as escolas fazem ao museu.

Assim a presente pesquisa apresenta uma quantidade extensiva de atividades de observações que foram desenvolvidas no museu, com o intuito de traçar como é que se comporta o LEM inserido em um museu durante maior tempo. Nesse sentido, ficaria impossível uma análise densa de cada atividade. Assim, nós nos aprofundamos na análise de algumas atividades, pois o propósito maior de cada atividade é descrever um pouco como evoluíram as experiências realizadas.

Buscamos construir uma discussão em torno dos limites e contribuições do uso de material didático de manipulação no desenvolvimento de ideias matemáticas durante aulas experimentais no museu, tendo como suporte um levantamento bibliográfico em torno do tema da pesquisa, cuja estrutura se divide da seguinte forma: Introdução; O caminho da pesquisa; O museu de ciências; O LEM em um museu como alternativa metodológica para uma prática reflexiva; O material didático de manipulação no LEM do museu como recurso para o desenvolvimento de ideias a respeito de conteúdos matemáticos; Descrição e análise das atividades de laboratório realizadas; e Considerações finais.

No capítulo II, fazemos a discussão em torno do LEM, desde o seu surgimento; das concepções do uso do LEM voltado para o museu, suas limitações e possibilidades; e sobre o uso de Materiais Didáticos de Manipulação (MDM) no LEM do museu.

Ao longo do capítulo III, apresentamos uma discussão em torno do material didático de manipulação no LEM do museu como recurso para o desenvolvimento de ideias a respeito de conteúdos matemáticos, fazendo um diálogo com alguns pesquisadores do tema.

No capítulo IV, discutimos as experiências realizadas no museu, o levantamento e a análise de dados, a metodologia utilizada e as escolhas utilizadas durante o percurso da área de investigação.

Por último, trazemos nossas considerações finais acerca do papel do material didático de manipulação dentro de uma sequência de experiências, com suas possibilidades de aplicação dentro do processo de construção de ideias matemáticas, de acordo com as concepções do professor-pesquisador.

Dessa forma, esta pesquisa procurou contribuir com discussões em torno de uma nova proposta de ensino-aprendizagem de Matemática realizada em um museu, através de atividades experimentais nas quais o aluno passasse a exercer um papel mais ativo sobre os conceitos científicos trabalhados durante as exposições. Assim, podemos fazer uma interligação entre museu, escola e conhecimento matemático, com o apoio do uso do material didático de manipulação e o LEM.

O laboratório de ensino de matemática no museu vivo de ciências como uma alternativa metodológica

O presente capítulo está dividido em duas partes. Na primeira parte, discutimos o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), como surgiu, as concepções do uso do LEM e sua construção. Na segunda parte, abordamos as possibilidades do uso desse laboratório no museu.

O Laboratório de Ensino de Matemática: surgimento

Para Lorenzato (2006), com o movimento da Escola Nova no final do século XIX e início do século XX, desenvolvia-se uma nova concepção de que a aprendizagem se dava a partir da experiência do aluno, e não mais a concepção de que o aluno era um recipiente vazio no qual o professor depositava as informações, superando assim a concepção de que o ensino consiste na transmissão do conhecimento.

Nesse entendimento, segundo Varizo e Civardi (2011), ficava explícito que o ensino deveria transitar do concreto, ou seja, do ato de manipular, visualizar, sentir e tocar para depois ir para um maior nível de abstração. Assim, não só se modificava o comportamento do aluno em sala de aula, como também a prática de ensino do professor.

A partir dessa nova concepção, para Varizo e Civardi (2011, p. 23):

> O centro da atenção dos educadores passa a ser a aprendizagem e não mais o ensino. Como consequência disso, houve uma produção profícua de recursos auxiliares de ensino ou de materiais didáticos e também na construção de conhecimentos no campo educacional. Sob a égide dessa concepção, nasce a ideia de se ter um laboratório de Matemática na escola do ensino elementar e secundário.

Com isso, em 1908, no IV Congresso de Matemática, realizado em Roma, foi sugerida a instituição do laboratório de Matemática. Nessa ocasião, foi criada a Comissão Internacional do Ensino de Matemática (CIEM), tendo como primeiro presidente o matemático Felix Klein.

Nas décadas de 1950 e 1970, segundo Varizo e Civardi (2011), o significado de um laboratório de Matemática para a educação básica foi repensado, sendo então voltado ao desenvolvimento de conteúdo do programa de Matemática da escola elementar e da secundária.

Ainda segundo Varizo e Civardi (2011), chegando ao final do século XX, quando se começa realmente a valorizar a utilização de materiais manipuláveis, vídeos, softwares, filmes e outros recursos no ensino-aprendizagem de Matemática, tem início a concepção do LEM. Neste momento, vários pesquisadores definem de diferentes formas o que seja esse ambiente.

Diferentes concepções de um laboratório de matemática

para Lorenzato (2006) e Rodrigues e Gazire (2015), existem diferentes concepções sobre o LEM. Inicialmente poderia ser um local para guardar os materiais essenciais, tornando-os acessíveis às aulas. Nessa concepção, o LEM não passaria de um depósito de materiais. Então, o autor amplia essa concepção dizendo que:

> É um local da escola reservado preferencialmente não só para as aulas regulares de Matemática, mas também para tirar dúvidas dos alunos, para os professores de Matemática planejarem suas atividades, sejam elas aulas, exposições, olimpíadas, avaliações, entre outras coisas (Lorenzato, 2006, p.7).

Outra concepção é que o LEM poderia ser um espaço especialmente dedicado à criação de situações pedagógicas desafiadoras. Corroborando Lorenzato (2006), Silva (2012, p. 44) diz que:

> Outra concepção é que o LEM seria como uma sala-ambiente que permite explorar didaticamente o pensar sobre o fazer matemático da escola, podendo ter um coordenador ou mesmo monitores que possibilitem a professores interessados em criar ou resolver propostas de trabalho sobre a aula de Matemática, ou para que os alunos possam, através de um pensamento investigativo e experimental, desenvolver a capacidade de aprender a aprender.

Assim, o LEM seria um espaço de experimentação de propostas didáticas para os futuros professores, por exemplo.

O laboratório de Matemática em estudo se enquadra na concepção citada por Lorenzato (2006) e Silva (2012), pois planejamos experimentos que levam o professor que está na sua formação inicial a refletir sobre a prática pedagógica de sala de aula, fazendo-o pensar sobre novos métodos para complementar suas aulas, ao mesmo tempo em que esses experimentos levam os alunos a desenvolverem ideias matemáticas de um determinado assunto da Matemática.

Uma outra concepção é ver o Laboratório de Matemática como uma disciplina de um curso de licenciatura em Matemática, voltada para o desenvolvimento de materiais destinados ao ensino-aprendizagem da Matemática.

Neste sentido, esta disciplina poderá tratar-se os conteúdos da educação básica através de oficinas e microaulas, por meio da pesquisa, de estudo, de manipulação e de confecções de materiais didáticos e de jogos, com ênfase nos tratamentos dos porquês matemáticos e na formação do educador pesquisador.

> Entre os temas que poderão ser tratados nesse componente curricular, podemos destacar:
>
> A ludicidade;
>
> Os materiais manipuláveis no ensino de Matemática: a reflexão sobre a utilização;
>
> A metodologia do trabalho com jogos educativos;
>
> O estudo de metodologias alternativas para o ensino de Matemática;
>
> A produção e utilização de sequências didáticas;
>
> Os objetivos da construção de um laboratório de ensino de Matemática nas escolas da educação básica;
>
> O estudo das novas tecnologias de informação e comunicação TICs (Rodrigues; Gazire, 2015, p. 51).

Assim, entendemos que o LEM se constitui ainda como espaço adequado para as aulas de Prática de Matemática, fundamental para o curso de formação de docentes, bem como para a realização de oficinas pedagógicas, gincanas e minicursos.

Para Turrioni (2006, p. 63), o LEM deve ser entendido como um agente de mudança num ambiente onde se concentram esforços de pesquisa na busca de novas alternativas para o aperfeiçoamento do curso de licenciatura em Matemática, bem como do currículo dos cursos de Ensino Fundamental e Médio. A autora diz ainda que:

> O LEM contribui na formação de professores de Matemática com duas abordagens: a primeira seria no **desenvolvimento profissional**, ao permitir ações que possibilitem aos futuros professores vivenciarem situações adversas na sala de aula, onde o licenciando, como futuro professor, com a colaboração do professor formador e dos demais colegas, simularia diversas situações de sala de aula. A segunda seria a contribuição do LEM na **formação do professor pesquisador**, quando as atividades desenvolvidas tenham um caráter de contribuir para que o professor possa refletir sobre sua prática de sala de aula, aplicando metodologias de ensino-aprendizagem que contribuam para uma atividade docente de forma investigativa (Turrioni, 2006, p. 63).

Segundo Rêgo e Rêgo (2006), o LEM constitui um importante espaço de experimentação para o aluno e, em especial, para o professor, que tem a oportunidade de se avaliar na prática, sem as pressões do espaço formal tradicional da sala de aula, ampliando sua formação de forma crítica e reflexiva.

Lorenzato (2006, p.7) diz que, “para muitos professores, todas as salas de aula e todas as suas aulas devem ser um laboratório onde se dão as aprendizagens de Matemática”. Para ele, essa concepção é uma utopia que enfraquece a concepção do LEM, pois essa ideia pode induzir professores a não tentarem construir o LEM em um certo lugar da escola.

Percebemos que não é possível dar uma única concepção para o LEM, porque existem vários objetivos para seu uso e diferentes organizações de sua estruturação. O que podemos afirmar é que o LEM é um ambiente que propicia aos professores e alunos expandir a criatividade, enriquecer as atividades de ensino-aprendizagem, desenvolver atividades exploratórias à descoberta de caminhos e soluções aos desafios propostos, favorecendo a percepção de padrões e regularidades, explicitando as relações matemáticas identificadas durante a experimentação.

Dentro dessa discussão, é importante que as atividades realizadas em sala de aula por meio do LEM, com o auxílio do MDM, possam ajudar no processo de formação de conceitos científicos, tendo em vista que o uso de MDM não é determinante para que os alunos compreendam os conceitos matemáticos, como afirmam Nacarato (2004) e Silva (2012).

Por outro lado, “é possível afirmar que a presença dos MDM, através de uma prática pedagógica bem fundamentada, estabelece uma relação mais participativa nas ações dos alunos” (Silva, 2012, p. 45). Com isso, esses alunos passam a ter um papel mais participativo em relação aos conteúdos trabalhados, evidenciando o aspecto experimental em torno de atividades que permitam aprofundar ou introduzir conceitos científicos. Para Lorenzato (2006), isso gera, de certa forma, um conjunto de situações que podem motivar o aluno em relação ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

De modo geral, o LEM se constitui da interação entre alunos e professores da escola, que vai se consolidando ao longo do processo de ensino-aprendizagem, servindo como um espaço de investigação, descobertas, planejamentos e, sobretudo, um local para a exploração de conteúdos matemáticos de uma forma mais dinâmica.

Para Rêgo e Rêgo (2006, p. 41), o LEM, quando associado à formação docente, oportuniza a realização de atividades em que professores da educação básica e alunos do curso de licenciatura podem refletir e elaborar sua avaliação pessoal do sistema de ensino adotado nas escolas, construindo modelos viáveis de superação de seus aspectos negativos.

O LEM, quando implantado em instituições de ensino superior, incentiva a melhoria da formação inicial do futuro professor de Matemática, pois este começa a ser um pesquisador de sua prática pedagógica, tentando promover assim a interação entre ensino, pesquisa e extensão, bem como possibilitando:

> i) Estreitar as relações entre a instituição e a comunidade, atuando como parceira na solução dos problemas educacionais que esta apresenta, buscando a melhoria do ensino e constituindo

> um espaço de divulgação e de implantação de uma cultura de base científica;
>
> ii) Estimular a prática da pesquisa em sala de aula, baseada em uma sólida formação teórica e prática; e
>
> iii) Firmar projetos de parceria com os sistemas locais de ensino, visando à instalação de clubes e laboratórios de Matemática, além de oficinas e cursos de formação continuada para seus professores (Rego; Rego, 2006, p. 43).

Com isso, percebemos que o estudante de licenciatura que tem a oportunidade de vivenciar o LEM durante sua formação inicial pode identificar seu papel de pesquisador da sua atividade pedagógica, através de projetos, possibilitando vivências relacionadas à iniciação científica e a uma prática reflexiva.

Turrioni (2004) afirma que uma proposta didática com o uso do LEM nas instituições superiores visa à integração entre as duas áreas que compõem a formação inicial do licenciando em Matemática: a das disciplinas pedagógicas com a da formação profissional, promovendo uma relação concreta de aplicação das teorias desenvolvidas nessas disciplinas.

Para Silva (2012), o LEM é um ambiente de formação do professor, no qual este pode explorar diferentes metodologias de ensino da Matemática, tais como: resolução de problemas, história da Matemática, jogos, desafios, brincadeiras e tecnologias de informação e comunicação.

Dessa forma, podemos observar que o LEM é um espaço rico para o desenvolvimento das atividades citadas. Nessa perspectiva, contribui para a formação de diferentes estratégias de ensino que busquem melhorar a prática educacional. Podemos perceber, pelas ideias de Lorenzato (2006), Nacarato (2004), Silva (2012), dentre outros, que a concepção sobre o LEM está muito centrada na utilização de materiais concretos. Mas essa concepção precisa ser ampliada, pois hoje existem os materiais digitais que podem substituir os de manipulação. Exemplo disso é o tangram, feito de material concreto e em formato digital, ambos tendo a mesma finalidade.

Outra ideia muito forte ainda quando se fala de LEM é a ideia de o laboratório ser ilustrativo, ou seja, somente o professor manipula os materiais e os alunos apenas visualizam o que está acontecendo. Podemos verificar isso quando vamos nos LEM das escolas, onde percebemos que os materiais são em pouca quantidade, tornando, muitas vezes, impossível a manipulação dos materiais pelos alunos.

Vale ressaltar que, em todas as atividades desenvolvidas no LEM do museu, mesmo em um curto período de tempo, os alunos faziam a manipulação dos materiais que eram utilizados nos experimentos. Isso é importante, pois segundo Vygotsky (1989), para o desenvolvimento de conceitos, o material que está sendo utilizado deve ser manipulado também pelos alunos.

Nesse sentido, houve uma preocupação da nossa parte: em cada atividade planejada, nós observávamos se havia material suficiente para cada aluno, tendo momentos em que era preciso fazer a confecção do material, já que o museu não dispunha de quantidade suficiente.

Assim, podemos perceber a importância de estarmos sempre nos atualizando, pois, com o passar do tempo, novas metodologias de ensino vão surgindo e sendo aprimoradas na tentativa de melhorar o ensino de Matemática.

A seguir, analisamos algumas teses, dissertações e monografias referentes a LEM.

Tabela 1–Dissertações e teses sobre LEM

(continua...)

Autor	Título	Objetivos
Lialda Bezerra Cavalcanti	Funcionamento e efetividade do laboratório virtual de ensino de Matemática na formação inicial de professor de Matemática na modalidade EAD (tese)	A presente pesquisa tem como objetivo investigar o funcionamento e a efetividade de um Laboratório Virtual de Ensino de Matemática quanto ao processo de apropriação didático-pedagógica dos recursos tecnológicos digitais na formação inicial do curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN) na modalidade Educação a Distância (EAD).
Américo Junior Nunes da Silva	Formação lúdica do futuro professor de Matemática por meio do laboratório de ensino (dissertação)	Esta pesquisa analisou como um grupo de estudantes do curso de licenciatura em Matemática da Universidade do Estado da Bahia, Campus IX, vivenciou e (re)significou a formação lúdica realizada na disciplina Laboratório do Ensino da Matemática I.
Ana Maria Nauiack de Oliveira	Laboratório de Ensino e Aprendizagem em Matemática: as razões de sua necessidade (dissertação)	Este trabalho teve como objetivo confirmar ou não os pressupostos básicos da pesquisa, os quais podem ser sinteticamente enunciados da seguinte maneira: a percepção dos alunos – mestres do curso de licenciatura em Matemática na UFPR – retrata a realidade de sua posição face à sua formação pedagógica e ao ensino da Matemática.

(...continuação)

Autor	Título	Objetivos
Ana Maria Silveira Turrioni	O Laboratório de Educação Matemática na formação inicial de professores (dissertação)	Este trabalho discute duas abordagens para a formação de professores de Matemática e como o Laboratório de Educação Matemática contribui para o desenvolvimento dessas abordagens.
Marli Balzan Cavalaro Benini	Laboratório de Ensino de Matemática e Laboratório de Ensino de Ciências: uma comparação. (dissertação)	Este trabalho tem como intenção mostrar como a experimentação no laboratório está inserida historicamente na ciência e que a ideia de um laboratório de Matemática não é nova. Pretendemos, com ela, comparar o laboratório de Matemática com o de Ciências.
Cristiane Santos Barreto	Laboratório de Ensino de Matemática: conhecendo, avaliando e construindo (dissertação)	Esta pesquisa teve por objetivo mostrar a atuação e contribuição dos Laboratórios de Ensino de Matemática (LEM), existentes em algumas instituições, no ensino e aprendizagem da Matemática e elaborar uma proposta de construção de um LEM.
Maria Elisabete Bonatto da Silva	Laboratório de Matemática: a contribuição dos jogos associados às novas tecnologias (trabalho de conclusão de curso)	Este trabalho procura mostrar a importância e a contribuição dos laboratórios de Matemática, o uso de materiais pedagógicos e dos jogos digitais como uma metodologia inovadora na aprendizagem de Matemática. Mostra os materiais manipuláveis e os jogos utilizados, além dos benefícios e dificuldades encontradas por professores e alunos na utilização dos materiais e do laboratório.
Daniel Santos de Moura	Laboratórios de Prática de Ensino e Aprendizagem: uma análise sobre a importância das disciplinas na formação inicial de professores de Matemática da UFRGS (monografia)	Este trabalho procurou analisar a importância das disciplinas de Laboratório de Prática de Ensino e Aprendizagem em Matemática na formação inicial de professores de Matemática no curso de licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

(...continuação)

Autor	Título	Objetivos
Denise Tereza de Camargo Valio	Frações: estratégias lúdicas no ensino da Matemática (dissertação)	O objetivo desta dissertação é o ensino da Matemática, bem como as práticas didático-pedagógicas acerca do tema “números racionais”. A metodologia empregada foi o exercício prático e lúdico envolvendo alunos de duas turmas de 6º ano do Ensino Fundamental.
Cibelle Lana Fórneas Lima	Estudantes da EJA e materiais didáticos no ensino de Matemática (dissertação)	Neste trabalho, analisamos práticas de numeramento de alunos e alunas da Educação de Pessoas Jovens e Adultas (EJA), forjadas na relação desses estudantes com materiais didáticos utilizados durante as aulas de Matemática de que participaram, quando cursavam a segunda etapa do Ensino Fundamental. Nos episódios que selecionamos, destacamos práticas que se constituem na apropriação de discursos sobre o ensino de Matemática, sobre o material didático utilizado e sobre a aprendizagem de Matemática, dialogando com estudos que nos auxiliam na reflexão e na discussão dessas temáticas.
André Ferreira de Almeida	Repercussões do uso de materiais didáticos manipuláveis em aulas de geometria (dissertação)	Nesta pesquisa, investigamos as repercussões causadas a partir da mudança do modelo de ensino de Matemática com o uso de materiais didáticos manipuláveis para o desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos da 6ª série do Ensino Fundamental de uma escola da Rede Pública de Ensino do Estado de São Paulo.
Raimundo Rodrigues de Sousa	Utilização de material de ensino: uma alternativa para melhoria do ensino de Matemática no 1º grau–oficial do estado do Piauí (dissertação)	O objetivo deste trabalho foi mostrar até que ponto a utilização de materiais de ensino (concretos ou audiovisuais) tornaria eficaz o processo de ensino-aprendizagem em Matemática nas escolas de 1º grau da rede oficial de Teresina, tomando por base os novos resultados alcançados na 4ª série do 1º grau.

(...continuação)

Autor	Título	Objetivos
Geovana Luiza Kliemann	Potencialidades e limitações de material didático para explorar resolução de problemas matemáticos (dissertação)	Esta dissertação enfatiza a resolução de problemas como metodologia para o ensino de Matemática. Essa investigação visou diagnosticar como e para que os professores do 1º ano do Ensino Médio de seis escolas estaduais do Vale do Taquari usam os livros didáticos de Matemática e perceber como estes materiais apresentam a resolução de problemas. Além disso, objetivou-se criar um material didático para os professores abordarem Matemática através da resolução de problemas.
Luiz Rodolfo Ksuki	Um estudo das potencialidades pedagógicas de atividades exploratório-investigativas com o material didático Geoespaço (dissertação)	Esta pesquisa tem como contexto a exploração das potencialidades do material manipulativo Geopespaço no ensino de Matemática. Com o objetivo de aprofundar conhecimentos sobre a elaboração e aplicação de tarefas exploratório-investigativas e tarefas de representação figural envolvendo materiais manipulativos geoespaço em diferentes sequências didáticas.
José Carlos Vieira de Souza	Calculando distâncias em geometria espacial usando material manipulável como recurso didático (dissertação)	Este trabalho objetiva apresentar uma proposta de ensino para a introdução do estudo de geometria espacial, buscando demonstrar que a utilização de materiais manipuláveis como recurso didático pode ser alternativa facilitadora da aprendizagem para a fixação dos conceitos primitivos da geometria, dos postulados e teoremas, das posições relativas entre dois pontos, retas, planos e cálculo de distâncias.
Rômulo Alexandre Silva	O uso de material didático de manipulação no cotidiano da sala de aula de Matemática (dissertação)	O presente trabalho tem como objetivo investigar a contribuição do uso de material didático de manipulação no processo de ensino-aprendizagem de Matemática no cotidiano da sala de aula, durante o desenvolvimento de conteúdo.

(...continuação)

Autor	Título	Objetivos
Jane Fontes Guedes	Produção de material didático para EAD no curso de licenciatura em Matemática: o caso da UAB/IFCE (dissertação)	No contexto de Educação a Distância (EaD), o material didático ocupa uma posição central e, por isso, evidenciam-se muitas problemáticas relativas ao mesmo. Nesse sentido, um dos principais problemas está em torno de como estão sendo produzidos os materiais didáticos adaptados às necessidades e características do aluno que, independente do lugar e do tempo, estuda e aprende mediado por tecnologias, constituindo mais uma problemática em pesquisa nessa área. Dessa forma, alguns questionamentos que norteiam a pesquisa são: como ocorre o processo de produção do material para licenciatura em Matemática envolvendo o professor conteudista e a formação deste docente para o processo de elaboração do conteúdo? Que elementos produzidos no material didático para licenciatura em Matemática favorecem o diálogo com o aluno? De que forma estabelecer uma comunicação objetiva entre a equipe de produção, no sentido de proceder aos ajustes necessários para a qualidade do material, bem como dos objetivos de aprendizagem? Com base nessas questões, esta pesquisa teve como objetivo investigar o processo de produção do material didático para EaD, tomando como estudo de caso as disciplinas de licenciatura em Matemática a distância, no contexto da Universidade Aberta do Brasil, ofertado pelo Instituto Federal do Ceará – IFCE.

Fonte: Autoria própria.

Possibilidades do uso do laboratório de ensino de matemática no museu

Os museus são ambientes culturais e educativos que podem propiciar a aprendizagem por meio de experimentos,

sensibilizando e cultivando a comunicação e a produção de significados a partir de suas exposições.

> A exposição, muitas vezes, requer o uso da palavra, mas preenche o espaço também com outros sentidos, com outra materialidade, com outras significâncias. Luz, sombra, vazios, tri-dimensionalidade... Vidros, textos e objetos... Colecionadores, pesquisadores, museólogos, agentes educativos, visitantes... Setas, cores, direções... Memórias, esquecimentos... Fios tecidos nos múltiplos gestos de interpretação (Pereira, 2007, p. 11).

Ainda segundo Pereira (2007), nessa perspectiva, são também ambientes de educação do olhar, do sentir e do experimentar, pois neles são encenados gestos, sentidos e movimentos, além da interligação com as diversas áreas do conhecimento. No Estado da Paraíba, existem 40 museus, entre os quais destacamos a Estação Cabo Branco – Ciência, Cultura e Artes, no qual, de forma mais direta, pode-se desenvolver um trabalho com o laboratório de Matemática.

A Estação Ciência[4] do Brasil conta com setores monitorados de laboratório nas áreas de Biologia, Física, Matemática, Química e Astronomia. No setor de exposições permanentes, esqueletos de baleia e de animais pré-históricos, réplicas da pedra do Ingá, esculturas e quadros renascentistas. Funciona de segunda a sexta, das 13h30 às 17h30. Escolas podem agendar visitas. Local: Fundação Espaço Cultural da Paraíba – FUNESC, Rua Abdias Gomes de Almeida, 800 – Tambauzinho.

[4]. Fonte: http://joaopessoa.pb.gov.br/estacaocb/sobre/. Acesso em: 22 mar. 2016.

Segundo Falcão (2009), essas instituições se destacam como espaços para se trabalhar de maneira interdisciplinar. São espaços de intenso diálogo, socialização, questionamento, investigação e, principalmente, superação da fragmentação disciplinar.

Nessa concepção de Falcão (2009), podemos dizer que o museu é o ambiente onde se pode trabalhar a interdisciplinaridade entre duas ou mais áreas do conhecimento. Ou é um ambiente onde se pode também superar a fragmentação disciplinar, mostrando a interligação das disciplinas dentro dela mesma ou ainda mostrando que, através de experimentos, podemos usar um determinado conhecimento no cotidiano.

Partindo da conjuntura em que as escolas procuram e visitam com frequência os museus, é preciso entender que estes têm potencial de ultrapassar a complementaridade da escola. Ou seja, os museus proporcionam a experiência com objetos que, em si, podem gerar motivação, curiosidade e questionamento da parte do estudante. Uma visita ao museu pode proporcionar aprendizagem tanto de elementos cognitivos como afetivos. Os ganhos afetivos são aqueles que mais enriquecem a educação em museus e parecem ser os mais possíveis de se realizar comparando-se com o ensino escolar. A motivação para conhecer mais sobre temas tratados e o crescimento pessoal são exemplos de ganhos efetivos (Almeida, 1997, p. 51).

Então, do ponto de vista pedagógico, seria muito interessante que as escolas começassem a implantar, nos seus planejamentos anuais, visitas a museus.

Apesar de haver pouco material publicado sobre a visita a museus de ciências com fins pedagógicos para a Educação Básica, não foi encontrado durante nossa pesquisa material publicado voltado para o ensino de Matemática nessas instituições. Então cabe aos educadores matemáticos reconhecer as potencialidades desses espaços não formais no ensino de Matemática nessa modalidade. Assim, é importante um programa de atividades que inclua a visita a museus e centros de ciências, uma proposta que possa despertar o interesse e aguçar a curiosidade dos estudantes, jovens e adultos, pelos estudos da Matemática.

Para um entendimento do campo de pesquisa sobre aprendizagem e atividades experimentais em museus, foram utilizadas fontes de dados on-line, como a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações – BDTD (http://bdtd.ibict.br/vufind/); e também material impresso, como livros e revistas da área. Seguem abaixo algumas das pesquisas relacionadas a museus em algumas áreas de conhecimento que encontramos no decorrer deste trabalho para podermos refletir como funciona um LEM em um museu.

Tabela 2–Dissertações e teses sobre museus de ciências

(continua...)

Autor	Título	Objetivos
Alessandra Fernandes Bezerra	Atividades de aprendizagem em museus de ciências (tese)	Como está estruturada uma atividade de aprendizagem, de ressignificação do patrimônio em museus de ciências.
Adriano Dias de Oliveira	Biodiversidade e museus de ciências: um estudo sobre transposição museográfica nos dioremas (dissertação)	Analisar como o tema biodiversidade no que diz respeito à forma como é conceituado e a valores a ele atribuídos aparece nos dioremas de exposições de museus de ciências.

(...continuação)

Autor	Título	Objetivos
Silvia Cabo Aroca	Ensino de Física solar em um espaço não formal de educação (tese)	Compreender o papel desempenhado pelo museu em experimentos de espectroscopia na atmosfera; contextualizar o conteúdo ensinado com atividades práticas; e permitir abordagem interdisciplinar, incluindo física moderna e química no ensino de astronomia.
Rafael Cava Mori	Experimentação no ensino de Química: contribuições do projeto experimento-teca para a prática e para a formação docente (tese)	Quais as contribuições da experimentoteca, um projeto do Centro de Divulgação Científica e Cultural (CDC-USP), para a prática e para a formação de professores de Química.
Adriana Pugliese	Os museus de ciências e os cursos de licenciatura em Ciências Biológicas: o papel desses espaços na formação inicial de professores(tese)	Caracterizar a inserção das atividades de campo e museus no discurso pedagógico dos cursos de formação inicial do professor de Biologia.
Deise Dias Fahl	Marcas do ensino escolar de ciências presentes em museus e centros de ciências: um estudo da Estação Ciência e do MDCC. (dissertação)	Este trabalho busca identificar as marcas do ensino escolar de Ciências presentes em dois espaços de educação não formal na área de Ciências Naturais, selecionados a partir das especificidades de suas atuações em relação ao público escolar e não escolar, a saber: Museu Dinâmico de Ciências de Campinas (MDCC) e Estação Ciência (São Paulo-SP).
Maria Margaret Lopes	Museus: uma perspectiva de educação em geologia (dissertação)	O objetivo desta pesquisa é mostrar como a interação entre o conhecimento científico e a população pode ser desenvolvida de modo lúdico e prazeroso em um museu dinâmico.
Juliana Pavani de Paula Bueno	Objetos que ensinam em museus: análise do diorema do Museu de Zoologia da USP na perspectiva da praxeologia (tese)	O objetivo deste trabalho foi verificar como os museus ensinam por meio de exposições, em especial, pelo diorema "Floresta Amazônica", presente na exposição do museu da USP.

Fonte: Autoria própria.

Tomando como base os trabalhos das outras áreas, percebemos que tanto o LEM da escola como o LEM do museu, no tocante à aprendizagem, têm como objetivo proporcionar uma compreensão dos conceitos e ideias matemáticas através da investigação; têm como objetivo também o desenvolvimento e o aprimoramento de novos métodos de ensino; favorecem a formação inicial do professor de Matemática, na medida em que o docente passa a ser um investigador de sua prática pedagógica; permitem um maior envolvimento entre aluno/aluno e aluno/professor, entre outros aspectos.

Mas também se diferencia do LEM da escola em alguns aspectos, pois, quando pensamos em atividades de laboratório de Matemática em museus, devemos lembrar que as exposições de um museu são momentâneas, não muito longas e que é possível vê-las em um único momento, uma vez que não existe uma continuidade delas.

É nesse sentido que devemos pensar em um LEM de um museu: em aulas experimentais pensadas no tempo programado, que ofereçam oportunidades aos alunos de vivenciar experiências matemáticas com o uso de materiais didáticos de manipulação, ao mesmo tempo em que o professor responsável pela exposição faz com que desenvolvam ideias matemáticas a partir das experiências realizadas.

Um outro ponto que deve ser pensado no LEM de um museu é a questão da não continuidade das atividades. No LEM da escola, o professor pode preparar sequências de atividades nas quais ele vai precisar de uma quantidade de aula x para executar, até porque os alunos que vão para o LEM da escola são os mesmos em todos os encontros.

Isso não ocorre no LEM do museu, pois, por se tratar de um espaço público, a rotatividade de pessoas é grande, ou seja, os alunos que vão ao LEM de um museu, em um determinado encontro, não são os mesmos que vão no encontro seguinte, por isso que as atividades do LEM do museu não oferecem oportunidade de fazer sequências de atividades que se estendam para outros momentos, pois há um tempo determinado para realizar um experimento, atendendo assim à dinâmica do lugar.

E, por fim, quando pensamos em atividades de museus, outro aspecto importante a ser considerado é o fato de que os materiais a serem utilizados durante o experimento devem já estar prontos, pois como é um tempo mais reduzido, fica muitas vezes inviável construir o material que será utilizado com os alunos.

A construção de um laboratório de ensino de matemática

Segundo Lorenzato (2006), um professor construir sozinho um LEM é muito difícil, e mais difícil ainda é tentar mantê-lo sozinho. O que se espera é que o LEM seja construído a partir da inspiração de um grupo de alunos, professores das mais diferentes áreas de conhecimento e administradores da escola, para que todos possam dar contribuições ao seu crescimento.

> A contribuição dos alunos para a construção do LEM é muito importante para o processo educacional deles, pois é fazendo que se aprende.

> Orientados pelo professor responsável pelo LEM, os alunos, distribuídos em grupos, podem solicitar dos professores de diferentes áreas exemplos de interseções dessas áreas com a Matemática (Lorenzato, 2006, p. 8).

Assim, o LEM vai ganhando forma de acordo com as condições locais e até mesmo torna possível uma exposição de todo o material produzido no laboratório para a própria escola e outras que ainda não o possuem.

Para a construção de um LEM, é necessário disponibilizar um ambiente físico na escola, seja uma sala ou até mesmo um cantinho de uma sala da escola. Esse local será modificado e se transformará num espaço que propicie conhecimento da Matemática. Nele, serão dispostos diversos materiais didáticos e tecnologias voltadas para o ensino de Matemática. Todo esse material deve ser visto como meio para uma aprendizagem mais significativa dos conteúdos matemáticos.

Também poderão se constituir como elementos desse laboratório materiais para dar suporte aos recursos didáticos, tais como mesas, armários, carteiras, lousa, computadores, data show, entre outros. O LEM também poderá possuir características de uma sala de aula convencional, pois nele será possível ministrar aulas curriculares ou de reforço escolar, preparação de materiais para olimpíadas de Matemática, planejamento de aulas, entre muitas outras coisas.

O LEM será o local da escola onde se pensa em Matemática o tempo todo, de forma divertida e curiosa. Um ambiente permanente de busca que preza por uma aprendizagem com compreensão e sentido para o aluno aprender Matemática.

A respeito da construção do LEM, Lorenzato (2006) afirma que é fundamental considerar a quem ele se destina: Educação Infantil, Ensino Fundamental I, Ensino Fundamental II, Ensino Médio ou Ensino Superior, pois, dependendo do segmento ao qual o LEM se destina, ele deve ser adaptado.

> Se o LEM se destina a crianças da Educação Infantil, os materiais devem estar fortemente centrados para apoiar o desenvolvimento delas no que se refere aos processos mentais básicos – correspondência, comparação, classificação, sequenciação, seriação e conservação. Se tratando de Ensino Fundamental I, o apelo ao tato e ao visual ainda devem se manter fortes, os materiais devem visar mais diretamente à ampliação de conceitos, à descoberta de propriedades, à percepção e à necessidade do emprego de símbolos e à compreensão de algoritmos. Essas mesmas características devem ser ampliadas para o Ensino Fundamental II, mas agora também devem compor o LEM aqueles materiais que desafiam o raciocínio lógico dedutivo (paradoxos, ilusões de ótica) nos campos aritméticos, geométricos, trigonométricos e estatísticos (Lorenzato, 2006, p. 9-10).

Assim, podemos perceber que existem diferentes tipos de LEM e que cada tipo depende do nível de ensino em que se vai trabalhar, com seus diferentes objetivos e concepções. Para Lorenzato (2006), a construção de um LEM não é um objetivo para ser atingido em curto prazo. Uma vez construído, ele demanda constante complementação, exigindo que o professor se mantenha atualizado.

A construção do laboratório de ensino de matemática no museu

O laboratório de Matemática do museu em estudo surgiu como um pré-requisito para a implantação dos cursos de licenciatura em EaD da UFPB Virtual. O curso foi implantado no período 2007.2 e o laboratório de Matemática começou a funcionar, de forma precária, em 2008. Em 2010, foram recebidos os primeiros materiais enviados pela Coordenação do curso; em 07 de outubro de 2013, foram recebidos o mobiliário e a complementação dos materiais pedagógicos. Nesse mesmo ano, o laboratório começou a funcionar plenamente.

O LEM possui uma grande variedade de materiais voltados principalmente para o Ensino Fundamental I e o Ensino Fundamental II. Para o Ensino Médio, a quantidade de materiais é bem limitada.

Assim como qualquer outro laboratório de Matemática, a sua construção se deu de forma lenta, mas, aos poucos, foi ganhando forma e hoje temos um laboratório muito bem equipado, que é utilizado não só pelos cursos de licenciatura da EAD-UFPB, como também pela comunidade de forma geral, atendendo escolas públicas e privadas da cidade de Campina Grande-PB.

Utilizar o museu como um espaço dedicado a aulas experimentais é uma boa alternativa para as escolas que não possuem um LEM ou não têm condições ou espaço apropriado para sua construção. Mas o fato de usar um museu como um espaço dedicado a aulas experimentais não significa que as escolas não devam construir seu próprio LEM, pois este é muito importante para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática.

Pensando na construção do LEM, citada por Lorenzato (2006), bem como na concepção de museus como ambientes que podem propiciar aprendizagem ou como uma extensão da escola, citada por Pereira (2007), podemos pensar em diferentes categorias de acordo com o público-alvo, como podemos ver a seguir.

Museus abertos ao público em geral–O museu aberto é um espaço de visitação ao público de maneira geral. Segundo Almeida (1995, p. 1), "as exposições museológicas são discursos criados com intenção de comunicar ideias, conceitos e informações ao público visitante, tendo como veículo específico os objetos". Nesse tipo de museu, há uma particularidade em comparação com os demais, pois ele é aberto nos fins de semana para que o público que não pode fazer visitas durante a semana possa ter acesso a ele.

Museu-escola–O museu-escola é uma parceria firmada entre escolas de uma determinada localidade com um determinado museu, a fim de desenvolver atividades de exposição ou de experimentação, nas quais os alunos possam vivenciar determinados momentos trabalhando a interdisciplinaridade e a transdisciplinaridade, o que, muitas vezes, não poderia ser realizado nas escolas devido a muitos fatores, tais como estrutura, materiais disponíveis e pessoal habilitado.

O museu pode contribuir decisivamente para a construção de propostas educativas compartilhadas com a escola, em que a criatividade seja considerada valor crucial. Os encontros com professores podem se fundamentar na interpretação cultural e de significação, a interdisciplinaridade, favorecendo a análise da trajetória social dos objetos até a estada no museu, a história do uso e desuso dos objetos apresentados na exposição (Carvalho, 2010, p. 395).

> Outro ponto de apoio básico de um museu escolarizado é uma compreensão do fato de que a proposta educativa dos museus é diferente daquela da escola. Partindo e se centrando na observação dos objetos, baseando-se fundamentalmente na linguagem visual e não na linguagem verbal, escrita da escola, os museus organizam suas visões de mundo sobre aspectos científicos, artísticos, históricos, sem a mesma ordem sequencial da escola, sem seus esquemas urgentes de aprendizado, de prazos rígidos ligados a planejamentos muitas vezes burocráticos, podendo possibilitar que as pessoas, por sua escolha de museus, de trajetos no seu interior, de tempos dedicados a um aspecto ou outro de preferência – entrem em contato com leituras da realidade muitas vezes diferentes ou nem mesmo veiculadas pela escola (Lopes, 1988, p.86).

Segundo Bezerra (2009, p. 30), há três questões que motivam a utilização de museus como ambientes que propiciam aprendizagem em parceria com escolas.

> O valor educacional das visitas aos museus. Estudos mostram que estudantes que visitam museus têm maior motivação e ganhos cognitivos. 2) O impacto da preparação anterior às visitas. Os estudos sobre o conhecimento prévio de estudantes, a preparação específica na classe e a orientação para as visitas como os principais promotores de possibilidades de ocorrência de

aprendizagem, principalmente nos casos em que há maior integração museu/escola. 3) A complexidade dos elementos que influenciam aprendizagem. As investigações mostraram que os museus oferecem uma gama de oportunidades de envolvimento do aluno e que a possibilidade de interação entre alunos, professores e museus pode levar a experiências museais mais ricas.

Museu-escola-universidade–Este museu é uma parceria entre escolas, universidades e museus, com a finalidade de trabalhar com os alunos a interdisciplinaridade através de atividades experimentais ou exposições, ao mesmo tempo em que se trabalha a formação inicial do futuro professor, que atua como expositor de algum experimento realizado durante a visita dos alunos ao museu. Nessa categoria, os responsáveis pela exposição podem ser os alunos da licenciatura ou da pós-graduação, assim esses alunos têm a oportunidade de planejar e vivenciar diversos conteúdos na forma de experimentos, de modo que possam refletir sobre sua prática pedagógica.

Entre as concepções de museus citadas anteriormente, podemos dizer que a concepção que se enquadra no museu onde desenvolvemos a nossa pesquisa é a concepção de museu-escola-universidade. Até por sua própria configuração, pois é um museu que funciona a partir de convênio com as escolas, não apresenta exposições ao público de maneira geral e sim a um público específico. Ao mesmo tempo em que expõe suas atividades, está contribuindo também para a formação inicial de futuros professores, pois as pessoas encarregadas pelas exposições são alunos de licenciatura.

O LEM no desenvolvimento profissional do professor durante a formação inicial

Podemos observar, em estudos realizados por Lorenzato (2006), Turrioni (2004) e Turrioni e Perez (2006), a importância do uso do LEM como espaço de formação dos professores que já estão atuando em sala de aula, ou seja, de formação continuada; como também dos estudantes do curso de graduação em licenciatura em Matemática. Serve, nessa perspectiva, de duas maneiras distintas, mas que podem se complementar de acordo com a necessidade ou visão do professor.

> A primeira refere-se ao uso do LEM nas instituições de ensino superior como espaço de capacitação, através de oficinas, minicursos ou exposições, onde várias das atividades desenvolvidas no seu interior são apresentadas para a comunidade, incentivando o professor que ainda não utiliza tais propostas metodológicas a experimentar em sua sala de aula. O LEM contribui para que o professor encontre formas diferentes de abordar um conteúdo específico ou mesmo que o estudante possa trabalhar com atividades que explorem aspectos da história, da cultura, da dinâmica e dos padrões de regularidade e forma, presentes na Matemática, compreendendo alguns dos processos que conduziram o homem a se desenvolver em sociedade. A segunda identifica que o LEM, quando constituído no interior das escolas, pode servir como espaço de planejamento das atividades de estudo por parte dos professores de Matemática da escola e de reuniões que poderiam contribuir para uma proposta de trabalho colaborativo, onde um colega que

domine o uso de um determinado software, por exemplo, pode apresentá-lo para os demais colegas, ou mesmo para o estudo de um determinado trabalho ou texto (Silva, 2012, p. 47).

Podemos constatar, na visão de Silva, que o LEM na formação inicial do professor contribui para a formação de um professor pesquisador de sua prática pedagógica, podendo assim agir como um pesquisador em sua sala de aula, elaborando novas propostas de atividades com base em pesquisas ou até mesmo em experiências vivenciadas em sala de aula.

Assim, o uso do laboratório de Matemática no museu tem também como objetivo contribuir para a formação inicial dos alunos da licenciatura em Matemática envolvidos no projeto.

Essa contribuição acontece no momento do planejamento e discussão sobre qual experimento deverá ser realizado? Como deverá ser aplicado? Em que séries é mais apropriado? Com que objetivo? Além da leitura de textos, em que fundamentamos as experiências? Com isso, o aluno da licenciatura. que está em formação. começa a ter uma visão mais crítica sobre a sua prática pedagógica. começando a se preocupar com as várias metodologias que pode aplicar em sala de aula.

Ainda segundo Silva (2012, p. 48), "o LEM pode ser usado como espaço para a formação continuada do professor de Matemática, já que, durante seu curso de graduação, já tenha tido algum tipo de formação inicial". Na mesma linha de pensamento, Lorenzato afirma:

O professor convive com um grande desafio: deve manter-se atualizado, mas, por receber baixa remuneração, precisa dar muitas aulas e, assim, ele não tem tempo nem dinheiro para investir nos seus estudos. Além disso, muitas secretarias de educação desestimulam a formação continuada, não oferecem ao professor qualquer tipo de retorno. Todos esses obstáculos não eximem o professor de ser competente e, considerando que o processo de formação é individual e intransferível, cabe a cada um preencher as lacunas herdadas de sua formação inicial, bem como providenciar a continuada (Lorenzato, 2008, p.12).

Assim, podemos perceber a importância de estar sempre nos atualizando, pois, com o passar do tempo, novas metodologias de ensino vão surgindo na tentativa de melhorar o ensino de Matemática.

O material didático de manipulação no Laboratório de Ensino de Matemática da escola e do museu como recurso para o desenvolvimento de ideias matemáticas

Neste capítulo, apresentamos uma discussão em torno do material didático de manipulação no LEM e no museu como recurso para o desenvolvimento de ideias a respeito de conteúdos matemáticos, fazendo um diálogo com alguns pesquisadores do tema.

O uso do material didático de manipulação no laboratório de ensino de matemática

Ao longo da história, vários educadores matemáticos, dentro de suas concepções de ensino-aprendizagem, defenderam a manipulação ou a visualização como elemento auxiliador no processo de ensino e aprendizagem.

Podemos observar tanto em Lorenzato (2006), que afirma que "a ação do indivíduo sobre o objeto é básica para a aprendizagem", embora esta ação seja essencialmente mental para que a aprendizagem se efetive; quanto em Fiorentini e Miorim (1990), em que vários educadores, ao longo dos últimos séculos, tinham uma preocupação com o aprender através de uma ação direta do indivíduo sobre o objeto, entre os quais se destacam: Comenius (1592-1671), Decroly (1871-1932), Montessori (1870-1952), Pestalozzi (1746-1827), Rousseau (1712-1778), entre outros.

> A utilização de materiais didáticos de manipulação não deve ser restrita à manipulação dos alunos de forma não estruturada, mas faz-se necessária uma ação mediadora do professor em relação à construção do processo de ensino-aprendizagem da Matemática (Silva, 2012, p. 15).

Percebemos então a preocupação de vários pesquisadores, tais como Lorenzato (2006), Nacarato (2004), Rêgo e Rêgo (2008) e Silva (2012), entre muitos outros, sobre como e quando o uso dos materiais didáticos de manipulação (MDM) podem ser usados para a construção de ideias matemáticas no processo de ensino-aprendizagem.

Ao estudar os autores citados anteriormente, que apresentam discussões em torno do LEM, identificamos que, apesar de definirem de maneiras diferentes o que seja e como explorar o Material Didático de Manipulação, existe um objetivo comum: transformar a abordagem dada à aula de Matemática apresentando situações que permitam ao aluno explorar, de forma concreta, alguns modelos matemáticos que comportem uma maior compreensão de conceitos mais abstratos.

Em se tratando do LEM e de materiais manipuláveis, podemos destacar Bezerra (1956), Lorenzato (2006) e Nacarato (2005) como referências, uma vez que trazem discussões sobre o que são esses materiais e como utilizá-los no LEM. Lorenzato (2006), em suas pesquisas relacionadas ao LEM, refere-se a este como sendo de fundamental importância na formação de professores da área, apresentando ainda, sobre as suas potencialidades e limitações, os fundamentos teórico-metodológicos, bem como a necessidade de implantá-los em todas as escolas e, em especial, nos cursos de formação de professores.

Bezerra (1956) traz várias definições para o uso de material didático, tais como: material didático ou instrumental, material didático informativo, material didático ilustrativo ou descritivo, material didático analítico ou de observação e material experimental ou demonstrativo. Ele descreve o que seja cada material didático citado, falando de suas potencialidades e limitações.

Para Lorenzato (2006, p. 16), “o material didático (MD) ou manipulável pode ser qualquer material que possa servir no processo de aprendizagem e cuja escolha depende dos objetivos do professor”. Sendo assim, verificamos que inúmeros materiais podem ser utilizados para aperfeiçoar o ensino, sem que o professor precise se deter apenas no livro didático.

O museu no qual desenvolvemos nossa pesquisa é um laboratório muito completo quando falamos em materiais didáticos de manipulação. Utilizando os materiais citados, conseguimos elaborar alguns experimentos com a ajuda dos monitores e do coordenador da área de Matemática. Alguns materiais, como a torre de Hanói e o geoplano, que não havia em quantidade suficiente para a realização de um experimento, foram confeccionados e, ao final do experimento, doados ao museu.

Com relação ao uso de materiais didáticos de manipulação do LEM da escola e do LEM do museu, durante a aplicação das atividades realizadas, foi possível constatar que, no LEM da escola, os professores têm a oportunidade de confeccionar com os alunos alguns dos materiais que serão utilizados nas aulas do laboratório; já no museu, essa construção com os alunos se torna complicada pela questão do tempo disponível.

Concepções em torno do material didático de manipulação

Hoje percebemos um alto grau de desistência e retenção de alunos nas escolas, sendo este um problema justificado pela seguinte afirmação:

> [...] é a falta de uma formação profissional qualificada, as restrições ligadas às condições de trabalho, a ausência de políticas educacionais efetivas e as interpretações equivocadas de concepções pedagógicas (Brasil, 1996, p. 21).

É aí que surge uma grande preocupação: o que fazer para melhorarmos tal situação? Que caminhos devemos seguir para poder inverter essa conjuntura? Um dos recursos utilizados por alguns pesquisadores como metodologias alternativas para tentar melhorar esse quadro é o uso do Material Didático de Manipulação (MDM).

A utilização do MDM vem sendo, ao longo dos anos, discutida por inúmeros pesquisadores em Educação Matemática, a exemplo de Bezerra (1956), Lorenzato (2006), Nacarato (2005), Passos (2006), Rêgo (2006), Silva (2012), dentre outros. Todos esses teóricos identificam a importância da utilização do referido método de forma reflexiva, levando o professor a refletir sobre sua prática pedagógica na sala de aula, trabalhando com meios alternativos para facilitar o processo de ensino-aprendizagem dessa disciplina, com possibilidades e limitações em torno de sua prática.

Falar sobre o MDM é bastante complexo, tendo em vista as divergências que existem em torno do caminho metodológico oferecido tanto na formação inicial quanto na formação continuada de professores. Nesses dois tipos de formação, as propostas desenvolvidas com o uso do MDM na sala de aula de Matemática têm como objetivo tentar amenizar as dificuldades apresentadas pelos alunos em tal disciplina.

As deficiências de aprendizagem ficam evidentes quando os resultados das provas do Sistema Nacional de Avaliação Escolar da Educação Básica (SAEB) são mostrados pelos PCN de Matemática (1998, p. 23), como demonstrado a seguir:

> Dados de 1993 indicavam que, na primeira série do Ensino Fundamental, 67,7% dos alunos acertavam pelo menos metade dos testes. Esse índice caía para 17,9% na terceira série, e tornava a cair para 3,1% na quinta série e subia para 5,9% na sétima série.

Dados de 2013 do SAEB mostram uma pequena melhora nos resultados referentes à disciplina Matemática, percebendo assim que pouco tem avançado o ensino da Matemática com relação aos processos de ensino e aprendizagem, o que mostra ainda uma Matemática muitas vezes descontextualizada, sem significado para o aluno.

Verificamos que, em relação ao ensino de Matemática, há problemas antigos e novos para serem enfrentados e resolvidos, de modo a extinguir ou, pelo menos, amenizar essa situação. E uma metodologia que pode auxiliar nessa melhora é o uso do Material Didático de Manipulação.

Contudo, é necessário perceber que sua utilização sem um planejamento cuidadoso dos objetivos a serem alcançados não é o bastante para construir uma situação didática que possibilite uma abordagem motivadora para o ensino-aprendizagem dessa disciplina, pois é preciso fazer a associação entre os conceitos matemáticos e os materiais usados no decorrer da aula.

Segundo Nacarato (2005, p. 3), "um dos elementos que dificultam a aprendizagem com base em materiais manipuláveis diz respeito a sua não relação com os conceitos que estão sendo trabalhados". Isso evidencia a necessidade de aprimorar a formação de professores, capacitando-os para a utilização do MDM.

O professor de Matemática precisa ter em mente que o uso do MDM não vai, por si só, gerar o aprendizado, pois não faz com que o aluno sozinho consiga ver a relação do MDM com os conceitos explorados na aula de Matemática. Então a associação do MDM com o conteúdo deve partir do professor. Sobre isso, Silva (2012) comenta:

> Apenas o uso do MDM não é suficiente no processo de ensino-aprendizagem de Matemática, e que uma proposta pedagógica que faz uso deste precisa ser embasada por uma boa fundamentação teórica, a qual busca dar suporte ao professor, principalmente quanto aos seus objetivos e necessidades de utilização (Silva, 2012, p. 28).

Diante disso, vale ressaltar que não basta a utilização de materiais didáticos, é necessário que seu uso esteja atrelado a objetivos bem definidos quanto ao aspecto de promover a aprendizagem da Matemática, ou seja, a um cuidadoso planejamento da ação. Para Silva (2012, p. 33):

> É preciso entender que a utilização de tais recursos didáticos pode contribuir para atrair os alunos para o ensino e a aprendizagem em Matemática, desde que cada atividade tenha sido planejada pensando sobre suas limitações e possibilidades em torno do seu uso, desde que se tenha clareza sobre como, onde e quando usar, servindo como ferramenta auxiliar, quando necessário ou possível. Não é, pois, o uso do MDM, o "momento diferente das aulas de Matemática" e sim uma estratégia de ensino e aprendizagem auxiliar na metodologia de trabalho do professor.

Com o objetivo de aperfeiçoar o uso de tais materiais, Bezerra traz mais algumas indicações afirmando o seguinte:

> Quando usado em demonstrações, destacar o material didático como um material auxiliar no processo. Evitar que o material manipulável contribua para a formação de um conceito falso. Dar preferência a material manipulável produzido pelos próprios alunos e perceber os diferentes níveis de compreensão cognitiva em que os alunos se encontram em relação à Matemática (Bezerra, 1962, p. 19-28).

Nesta mesma direção, Lorenzato (2006, p. 24) faz alguns questionamentos acerca do uso de tais materiais: "O professor de Matemática, ao planejar sua aula, precisa perguntar se será conveniente, ou até mesmo necessário, facilitar a aprendizagem com algum material manipulável? Com qual? Como esse material será utilizado?". Esses questionamentos se fazem necessários para que a utilização do MDM não se transforme no uso pelo uso, levando o professor a repensar sua prática pedagógica antes de trazer o MDM para a sala de aula. Isso reforça ainda mais a ideia de que essa prática deve ser cuidadosamente planejada, do contrário pode transformar-se em um passatempo, sem utilidade pedagógica.

Apesar de todos os cuidados e ressalvas que existem acerca do MDM, é preciso reconhecer todos os benefícios provenientes dele. Nesse sentido, é relevante ressaltar que todo o esforço gasto nessa prática é válido, uma vez que o objetivo é louvável: tornar a Matemática, que é considerada uma ciência abstrata para alguns, uma ciência palpável, que seja mais coerente à realidade dos alunos, facilitando, assim, a assimilação e a aprendizagem da disciplina.

Do concreto ao abstrato

A Matemática é vista pela grande maioria das pessoas como uma ciência complexa e abstrata, de difícil compreensão e que apenas uma pequena minoria, com mentes privilegiadas, pode estudar e compreender seus conceitos. Tal concepção está presente no imaginário dos alunos, que, em várias situações em que o professor está expondo um determinado conceito no qual seja preciso um pouco mais de abstração, tecem comentários dessa ordem.

Essa concepção vem desde a época de Platão, na qual a Matemática não era uma ciência para todos e sim para os "eleitos". Podemos ver isso no trecho a seguir.

> Coloquemos, pois, como lei para aqueles que entre nós estão destinados a ocupar os primeiros postos, que se apliquem na ciência dos cálculos, que a estudem, não superficialmente, mas até que, por meio da pura inteligência, tenham chegado a conhecer a essência dos números; não para fazer que esta ciência sirva, como fazem os mercadores e negociantes, para as vendas e compras, mas para aplicá-la às necessidades da guerra e facilitar à alma o caminho que deve levá-la desde a espera das coisas perecíveis à contemplação da verdade do ser (Platão, 1984, p. 44 *apud* Cury, 1994).

Vemos aqui o germe da seleção pela Matemática, pois ela servirá para os eleitos. Quando estudada em profundidade, propicia-lhes chegar à verdade. O seu uso para os cálculos cotidianos é considerado desprezível, assim como eram os mercadores e negociantes frente aos guerreiros. Dessa forma, ele estabelece a separação entre a Matemática Pura e a Aplicada, valorizando a primeira. Como podemos ver no diálogo a seguir entre Sócrates e Glauco:

> Sócrates–Advirto agora quão bela em si é esta ciência do cálculo e quão útil para o desígnio a que nos propomos, quando se estuda por si mesma e não para fazer dela um negócio.
>
> Glauco–Que é que te causa tanta admiração nela?

> Sócrates–A virtude que possui de elevar a alma, como acabamos de dizer, obrigando-a a raciocinar sobre os números tais como são em si mesmos, sem tolerar jamais que seus cálculos visem sobre números visíveis e palpáveis (Platão, 1984, p. 44 *apud* Cury, 1994).

Na última frase citada por Sócrates, aparece a ideia de que a Matemática é difícil, reforçando a concepção de que é um estudo para os mais aptos, os que têm condições de aprofundar-se nela.

Para Rêgo *et al*. (2012), no ensino de Matemática, a distância entre os conteúdos e a realidade é maximizada. O conhecimento é considerado abstrato, no sentido de não estar ligado à intuição e ao mundo material; é desprovido de representações concretas, neutro e acabado; apesar da consideração de que aprender Matemática "deve ser mais do que memorizar resultados e a aquisição desse conhecimento deve estar vinculada ao domínio de um saber fazer Matemática e de um saber pensar matemático".

Para Machado (2009, p. 54), "o abstrato é considerado desvinculado do concreto e este, não poucas vezes, é identificado como empírico, que, por sua vez, se contrapõe ao teórico".

> De um modo geral, aos olhos do homem comum, poucas classificações dicotômicas parecem tão naturais quanto ao que se distingue o abstrato do concreto, da qual nem os substantivos lograram a escapar. De fato, parece muito simples caracterizar o concreto, o real, o palpável, em contrapartida ao abstrato, ao imaginário, ao concebido. Nesta trilha, os objetos matemáticos, desde os mais simples até as estruturas mais complexas, admitidas ou não as raízes empíricas, são peremptoriamente classificados como abstrações (Machado, 1990, p. 45).

Na visão de Machado (2011), verificam-se duas formas de conceber o desenvolvimento do conhecimento matemático: uma caracterizada por uma ascensão que vai do concreto ao abstrato; e outra, simetricamente oposta, que insinua a construção do conhecimento indo do abstrato ao concreto.

> Frequentemente reduz a função do pensamento teórico à de uma via de mão única, através da qual são criadas abstrações generalizadoras, que se tornam cada vez mais abrangentes e, naturalmente, mais distantes do real (Machado, 2011, p. 7).

A segunda concepção para Machado é a que mais está presente no cotidiano de sala de aula. Ele justifica tal afirmação pela predominância dos esquemas que conduzem, em situações de aprendizagem, da teoria às aplicações ou aos exercícios tão utilizados em sala de aula das mais variadas disciplinas.

Para Soares (2015):

> A relação entre o concreto e o abstrato está envolvida numa concepção dialética, com descontinuidades entre os objetos da Matemática e os da realidade (o concreto) que variam em decorrência das possibilidades de representação de cada objeto matemático. Para alguns, essa descontinuidade está posta de forma quase que imediata; para outros, ela se torna tão sutil que, às vezes, negligencia-se e refere-se aos elementos

> do concreto como sendo, eles próprios, os objetos da própria Matemática (Soares, 2015, p. 6).

Ainda para Soares (2015), a relação entre o concreto e o abstrato está inserida num conjunto de questões relativas aos objetos do conhecimento matemático que deveriam nortear as diretrizes de ensino, pois, segundo ele, a especificidade dos objetos da Matemática, quanto à possibilidade de representação com objetos manipuláveis, é fundamental que seja observada nos processos de ensino.

Segundo Moysés (1997), Vygotsky fala da formação de conceitos espontâneos e científicos. Ele considera o conceito espontâneo como sendo aquele que as pessoas aprendem no seu cotidiano, a partir da observação e da manipulação vivenciada pelas pessoas. Já o conhecimento científico é aquele sistematizado e transmitido intencionalmente, segundo uma metodologia especifica, que são os conceitos aprendidos na escola.

> Por trás de qualquer conhecimento científico, existe sempre um sistema hierarquizado do qual ele faz parte. A principal tarefa do professor ao transmitir ou ajudar o aluno a construir esse tipo de conceito é a de levá-lo a estabelecer enlace indireto com o objeto por meio das abstrações em torno das suas propriedades e da compreensão das relações que eles mantêm com o conhecimento amplo. Ao contrário do espontâneo, o conhecimento científico só se elabora intencionalmente, isto é, pressupõe uma relação consciente e consentida entre o sujeito e o objeto de conhecimento, é uma operação mental que exige que se centre ativamente a atenção sobre o assunto, dele abstraindo os aspectos que são fundamentais e inibindo os secundários, e que se chegue a generalizações mais amplas mediante uma síntese (Vygotsky, 1987 *apud* Moysés, 1997, p. 70).

Desse modo, ao mesmo tempo em que faz esse processo de análise e síntese, de abstração e inibição de certos traços e características, a pessoa também deve caminhar do particular para o geral e deste para o particular.

Por exemplo, a partir do seu cotidiano, as pessoas conseguem construir o conceito de “caixa de sapato”. Essas palavras resumem e generalizam as características desse objeto, não importando o tamanho e a cor; e o distinguem de outras categorias, tais como caixa triangular, caixa redonda. Esse é o conhecimento espontâneo, segundo Vygotsky.

Já o conhecimento científico é aquele conhecimento sistematizado e aprendido na escola. Provavelmente na aula de Matemática, o conceito de caixa de sapato pode ser ampliado, tornando-se ainda mais abstrato e algo mais abrangente. Assim será incluído num sistema conceitual de abstrações graduais, com diferentes níveis de generalizações: caixa retangular, figura geométrica espacial, formada por vértices, arestas e faces, constituindo uma sequência de palavras que partem do objeto concreto “caixa retangular”, adquirindo cada vez mais abrangência e complexidade.

Dessa forma, o uso de materiais didáticos de manipulação pode contribuir como meios auxiliares para a construção de ideias matemáticas à medida que os objetos utilizados são, muitas vezes, do cotidiano dos alunos, como jogos, quebra-cabeças, gincanas, entre outros. Assim o professor pode centrar ativamente a atenção sobre os materiais que estão sendo utilizados durante as aulas com o conteúdo que está sendo trabalhado e, desses materiais, pode extrair aspectos que são fundamentais para que se chegue a generalizações mais amplas.

Assim, elaborar propostas que possam contribuir para harmonizar a relação entre os alunos e os conceitos matemáticos que precisam ser estudados durante as aulas é fundamental. O uso de MDM é uma forma de contribuir para que o processo de interação entre o aluno e os conceitos matemáticos ocorra de "maneira mais amistosa", de forma que a aprendizagem seja a mais prazerosa e consciente possível. A prática pedagógica com possibilidades metodológicas que favoreçam tais aspectos é referenciada nos PCN.

> É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular da Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para que o professor construa sua prática. Dentre elas, destacam-se a História da Matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos (Brasil, 1996, p. 42).

Contudo, entre os recursos didáticos existentes, iremos nos deter no uso do MDM associado ao LEM como uma proposta alternativa para o ensino de Matemática, além de tentar discutir sobre como o uso do material didático de manipulação pode contribuir para o desenvolvimento de ideias matemáticas, fazendo uma conexão entre o concreto e o abstrato.

> Nos últimos anos, parece haver disseminado entre os professores um discurso de enaltecer a importância de se trabalhar com o "concreto" para se ensinar Matemática. Quando nos propomos a entender o que está por trás desse discurso, descobrimos que, na verdade, esse "concreto" refere-se ao uso de materiais didáticos manipuláveis (Nacarato, 2004, p. 1).

Acredita-se que o uso de material didático de manipulação, associado aos conceitos matemáticos, é de fundamental importância para o processo educacional do aluno. De acordo com Nacarato (2005), o uso do MDM é essencial em todas as séries e níveis de ensino, uma vez que pode contribuir para o desenvolvimento da visualização. Essa visualização contribui para tornar mais claro o conteúdo estudado, dando uma maior significação ao assunto e facilitando a aprendizagem.

> É fundamental ter clareza em relação à exploração do uso do MDM nas aulas e que este esteja fundamentado numa proposta construtivista de ensino, que vise mediar o processo de formação de conceitos matemáticos e que o MDM possa contribuir no processo quando necessário ou possível for sua utilização (Silva, 2012, p. 28).

Ainda segundo Silva (2012), o MDM permite o trabalho com diferentes abordagens do conteúdo, além de motivar a criatividade e a interação do trabalho em grupo, no qual o professor assume a função de mediar a relação entre o ensino e a aprendizagem, contribuindo para que o aluno possa estabelecer conexões entre a Matemática e o cotidiano.

> A utilização do material concreto pode auxiliar o professor a fazer com que o aluno seja ativo, lembrando que ação do aluno se reduz a uma

> manipulação qualquer, pois o uso de material concreto também pode propiciar atividades passivas do aluno. As atividades com materiais concretos devem ser organizadas pelo professor de modo que propiciem a ação do aluno sobre os objetos e faça com que ele assimile propriedades, estabeleça relações, generalize, ou seja, transforme o objeto. Esse processo é possível, seja ela empírica ou reflexiva (Grando, 2000, p. 69-70).

Isso posto, é importante que o professor faça uso da manipulação de materiais concretos, em qualquer nível de ensino, para auxiliar a construção de conceitos que exigem raciocínio lógico, pois trabalhar partindo do concreto e formalizando conceitos, propriedades e generalizações é uma prática que pode levar o aluno a ser mais reflexivo e a perceber a importância das aplicações da Matemática no seu cotidiano.

> Na manipulação do material didático, a ênfase não está sobre objetos e sim sobre as operações que com eles se realizam. Discordo das propostas pedagógicas em que o material didático tem a mera função ilustrativa. O aluno permanece passivo, recebendo a ilustração proposta pelo professor, respondendo sim ou não às perguntas feitas por ele. Não é o aluno quem pesquisa, mas o professor é quem lhe mostra o que deve concluir (Carvalho, 1990, p. 107).

Grando (2000) vai além ao enfatizar que a utilização do material didático de manipulação é indicada para facilitar o entendimento de conceitos abstratos, como "provas" ou visualizações dos conteúdos para despertar interesse no aluno.

O material didático de manipulação no desenvolvimento de ideias matemáticas

nérici (1983, p. 104) destaca que não é a sofisticação na construção do material didático ou a quantidade de vezes que é usado "e sim o seu uso adequado, de forma provocante, desafiante, com o fio mor de desencadear o funcionamento dos processos mentais, notadamente o da reflexão do educando". Observamos, neste argumento, a importância da atividade mediadora do professor e a ação reflexiva do aluno no processo de construção dos conceitos científicos.

> Contudo os resultados das análises realizadas conduziram-nos a pensar um pouco mais sobre esses materiais na cultura escolar, no que diz respeito à origem dos discursos que possibilitaram a sua introdução no ensino, à maneira como esses discursos foram legitimados e à forma como são recebidos e apropriados pela escola (Fiscarelli, 2008, p. 176).

Para Silva (2012, p. 42), o uso do material didático pode contribuir na formação de conceitos e ideias matemáticas, desde que estes estejam estruturados na perspectiva de conceitos científicos, observando-se os pressupostos da teoria de Vigotsky.

Já para Vigostsky (2005), um conceito é algo mais do que a soma de certas ligações associativas formadas pela memória, é mais do que um simples hábito mental; é um complexo e genuíno ato de pensamento, que não pode ser ensinado pelo constante repisar, antes, pelo contrário, que só pode ser realizado quando o próprio desenvolvimento mental da criança tiver atingido o nível necessário. Ainda segundo ele, o desenvolvimento dos conceitos e dos significados das palavras pressupõe o desenvolvimento de muitas funções intelectuais: atenção deliberada, memória lógica, abstração, capacidade para comparar e diferenciar. Esses processos psicológicos complexos não podem ser dominados apenas através da aprendizagem inicial.

Nesse sentido, Miguel (2005, p. 379) afirma que:

> Talvez a mais importante implicação teórico-metodológica de uma proposta de formação de conceitos em Matemática seja a compreensão do educador como mediador do processo de construção do conhecimento, criando situações pedagógicas para que a criança exercite a capacidade de pensar e buscar soluções para os problemas apresentados. Através de ações sobre os objetos, inventando e descobrindo relações, estruturando o seu pensamento lógico–matemático, especialmente no que respeita às noções de quantidade e medida e exploração sensorial do mundo físico, é que a criança logrará condições para evolução da representação simbólica da Matemática.

A ideia de mediação está associada ao conceito de intermediação: algo que se interpõe entre duas coisas. A relação humana é uma relação mediada por instrumentos e, portanto, não pode acontecer de forma direta. Dessa forma, o professor assume um papel de intermediador no processo de construção de conceitos científicos.

> A construção dos conceitos científicos vai, aos poucos, formando-se a partir da identificação mais precisa das carateristicas específicas e da explicitação mais consistente das dimensões sociais desses conceitos, levantadas na fase da problematização, bem como por meio de comparações com outros conceitos que estejam sendo estudados (Gasparin, 2011, p. 56).

Ainda segundo Gasparin (2011), os educadores devem ser incentivados e desafiados a elaborar uma definição própria do conceito científico proposto, baseando-se nas características apresentadas. Esse processo pode ser estimulado pelo professor por meio de perguntas, cujas respostas explicitem os fundamentos essenciais do conceito.

Para compreender com maior clareza a construção dos conceitos científicos, é necessário observar que o desenvolvimento desses conceitos se dá por caminhos diversos daqueles que propiciam o desenvolvimento dos conceitos cotidianos.

> O curso do desenvolvimento do conceito científico nas ciências sociais transcorre sob as condições do processo educacional, que constitui uma forma original de colaboração em cujo processo ocorre o amadurecimento das funções psicológicas superiores da criança, com o auxílio e a participação do adulto (Vigostsky, 2001a, p. 224).

Para Vigostsky, o processo de desenvolvimento dos conceitos científicos e dos conceitos cotidianos não são os mesmos. Os cursos de evolução são diferentes e não se repetem.

Descrição e análise das atividades realizadas no Laboratório de Matemática do Museu

O museu onde foi desenvolvida a pesquisa possui um acervo de exposições relacionado aos diversos assuntos de Ciências, além de laboratórios distintos para Matemática, Física, Biologia, Química e Tecnologias. Hoje, o museu está localizado em um prédio com cerca de 2.120m².

Criado em 1992, o museu é uma coordenadoria da Secretaria de Ciência, Tecnologia e Inovação, que tem por objetivo promover a difusão e popularização da ciência, da tecnologia e da inovação junto à comunidade.

Neste trabalho, preservou-se a identidade do museu usado na pesquisa, compreendendo que o importante é utilizar o espaço para pensar em um LEM inserido em um museu. Assim, foi uma opção não identificarmos o ambiente para resguardar a identidade de todos os participantes envolvidos na pesquisa.

Nosso trabalho foi desenvolvido a partir do Programa de Apoio à Formação e ao Ensino do Município de Campina Grande – PROAFE, que pretende integrar professores-pesquisadores e estudantes dos cursos de licenciatura em Ciências

Biológicas, Química, Física e Matemática da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB, bem como os alunos e professores de Ciências e Matemática dos 6º e 9º anos do Ensino Fundamental de oito escolas da Rede Municipal de Ensino em Campina Grande-PB. As escolas contempladas estão localizadas em bairros centrais e periféricos, e não contam com espaços ou laboratórios para aulas práticas.

A ação do programa efetivou-se a partir de quatro projetos metodológicos-experimentais na área de Ciências Biológicas, Introdução à Física, Introdução à Química e Matemática. Tais projetos, propostos pelos professores coordenadores das referidas áreas programáticas, estavam relacionados a cada um dos eixos temáticos, definidos no planejamento pedagógico da Secretaria de Educação do Município.

Os projetos foram desenvolvidos no museu pertencente à Secretaria Municipal de Ciência e Tecnologia da Prefeitura Municipal de Campina Grande, nos turnos da manhã e da tarde, durante três dias consecutivos da semana (de terça-feira a quinta-feira), tendo como foco principal o aluno da educação básica.

Foi reservado um dia para planejamento e avaliações das atividades dos alunos. Semanalmente, as atividades correspondiam a 20 horas/aula para cada uma das áreas temáticas, perfazendo um total de 80 horas/aula semanais.

Para duas semanas, foi definida uma unidade temática em que um experimento seria trabalhado com os alunos. A estimativa era que fosse atendido, a cada semana, um total de 150 alunos de escolas diferentes. O programa teve duração de um ano, observando o calendário da Rede Municipal, mas poderia ser prorrogado por igual período, assim teve início em 30/04/2015 e prolongou-se até 30/06/2016.

Os estudantes das licenciaturas da UEPB atuaram no PROAFE desenvolvendo as experiências de laboratórios, com a orientação do professor coordenador, enquanto os dois alunos da pós-graduação participavam do planejamento e da observação das atividades que eram desenvolvidas pelos monitores. A atuação dos monitores ocorreu em turno diferente daquele em que o aluno estaria na universidade desenvolvendo sua formação acadêmica.

A seleção dos alunos da UEPB que seriam bolsistas no PROAFE foi feita pelo professor coordenador que teve sua proposta de trabalho aprovada. Porém, deveria seguir os critérios já definidos pela Pró-Reitoria de Extensão para seleção desses alunos. Da mesma forma, o envio de relatórios parciais e finais deveria seguir as mesmas obrigatoriedades dos programas de extensão da Universidade (Resolução UEPB/CONSEPE/004/2012). Na equipe executora do projeto, temos:

Tabela 3–Equipe executora do projeto

(continua...)

Coordenação Geral		
Responsáveis	Quantidade	Área
Professores orientadores	01	Ensino de Matemática
	01	Ensino de Física
	01	Ensino de Química
	01	Ensino de Biologia
Professores da rede municipal de ensino	08	Professores de Ciências
	08	Professores de Matemática

(...continuação)

Coordenação Geral		
Responsáveis	Quantidade	Área
Alunos do curso de licenciatura da UEPB	06	De Biologia (bolsista)
	08	De Matemática, sendo seis bolsistas e dois alunos voluntários da pós-graduação
	06	De Química (bolsista)
	06	De Física (bolsista)
Coordenadores	01	Geral
	01	Técnico
	01	Pedagógico

Fonte: Autoria própria

Nesse projeto, estavam envolvidos seis alunos bolsistas do curso de licenciatura em Matemática da UEPB e dois alunos do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PPGECEM/UEPB, além da participação de professores que atuavam tanto na graduação como nas pós-graduações de Matemática, Química e Física.

Os professores coordenadores, juntamente com os alunos da pós-graduação, eram responsáveis por planejar as atividades junto com os alunos monitores que iriam atuar no museu. Além de supervisionar as atividades executadas no museu, os coordenadores faziam reuniões para discutir as atividades desenvolvidas e ver o que precisava ser aprimorado, discutindo pontos positivos e negativos de cada atividade.

O planejamento era realizado quinzenalmente, com a presença do coordenador, dos alunos da graduação e dos alunos da pós-graduação envolvidos no projeto. Nesse planejamento, era feita uma análise da atividade aplicada, considerando o ponto de vista dos monitores, dos alunos da pós-graduação e do coordenador.

As descrições a seguir foram feitas a partir de um trabalho com o uso de materiais didáticos de manipulação em turmas de 6º e 9º ano do Ensino Fundamental II, durante a execução do PROAFE, tendo como foco a aprendizagem da Matemática e como objetivos da pesquisa:

Observar o efeito do uso do material didático no desenvolvimento de ideias matemáticas trabalhadas em forma de experimentos, no Museu de Ciência.

Identificar e analisar as potencialidades e limitações do uso do LEM num museu.

Neste capítulo, trazemos o relato das atividades que foram desenvolvidas, tendo como propósito detalhar as atividades para elucidar a importância do uso do material didático na formação de ideias e conceitos matemáticos.

Vale ressaltar que, no desenvolvimento da pesquisa como um todo, as atividades desenvolvidas tinham como propósito maior o desenvolvimento de conceitos e ideias matemáticas, entretanto, no decorrer das atividades, também foram propostos exercícios de aplicação de ideias já desenvolvidas pelos alunos, com o intuito de verificar o domínio que estes tinham de determinados conteúdos e também a ideia de desenvolver o cálculo mental.

Entretanto, nessas atividades que tinham como foco a aplicação do conceito, percebiam-se dificuldades que os alunos apresentavam em relação ao uso das operações que eram trabalhadas.

Em cada encontro, criamos um código para que não fossem identificados os alunos participantes da pesquisa. Como as turmas eram diferentes, adotamos o seguinte código: os alunos seriam chamados de A1 (Aluno 1), A2 (Aluno 2), A3, etc. E os encontros, E1 (Encontro 1), E2 (Encontro 2), assim por diante. Então quando aparecer (A1E1) significa Aluno 1 no Encontro 1; (A1E2) Aluno 1 no Encontro 2, e assim sucessivamente.

Experimento 1: trabalhando com o tangram

Conteúdos trabalhados:

- Composição e decomposição de figuras
- Ideias básicas de frações

Objetivos:

Construção de figuras a partir da composição de decomposição das peças do tangram;

- Identificação das figuras planas que o compõem;
- Representação de frações.

Na atividade experimental realizada, os monitores detiveram-se na identificação e nomeação das peças do tangram, na construção de figuras quaisquer feitas a partir das peças que o compõem e na representação de frações a partir de suas próprias peças, com variações diversas do todo – referência.

Material utilizado para cada grupo

- Um tangram

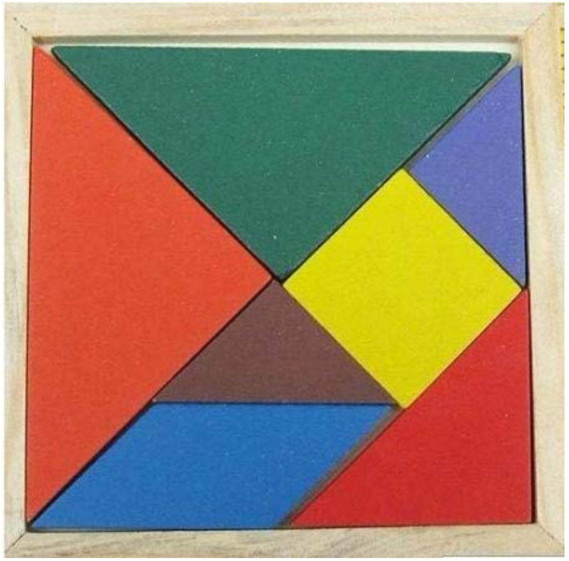
Falando um pouco do tangram

o tangram é um material didático de manipulação formado por sete peças, que são obtidas a partir da subdivisão de um quadrado.

> O tangram é um quebra-cabeça mais antigo, formado por figuras planas recortadas de um quadrado. A origem desse jogo é associada à civilização chinesa, mas não se sabe quem o inventou, nem em que data esse jogo apareceu pela primeira vez. Sabe-se que a partir do século VII antes de Cristo, os chineses conhecem-no por “Tch’i Tch’iao pan”, que significa “Tábuas das Sete Sabedorias”. Ele também, era usado para designar um costume chinês: o de enfiar uma agulha no sétimo mês, pois dava sorte (Santana, 2006, p. 64).

Na Figura 1, podemos observar que ele é formado por cinco triângulos isósceles, um quadrado e um paralelogramo.

Figura 1–Tangram



Fonte: Autoria própria

O tangram pode ser usado em algumas situações de ensino, como:

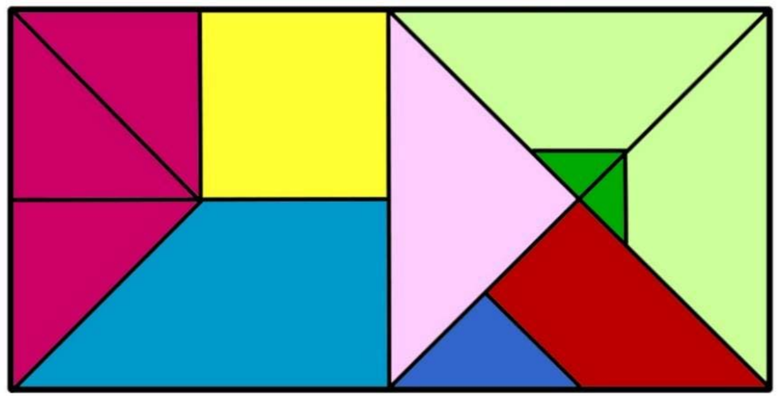
- Identificação de algumas formas geométricas;
- Representação de frações;
- Composição e decomposição de figuras geométricas;
- Exploração de conceito de área e de perímetro;
- Relações entre áreas e perímetros;
- Teorema de Pitágoras;
- Proporcionalidade.

Além do tangram tradicional ou chinês, existem outras variações que são constituídas por partes curvas ou números distintos de peças, que permitem a elaboração de uma grande variedade de formas. Vejamos alguns outros modelos de tangram:

Tangram russo

Formado a partir de um quadrado, o tangram russo é constituído por 6 triângulos retângulos isósceles, 2 trapézios isósceles, 1 triângulo retângulo isósceles, 2 trapézios retângulos e 1 quadrado.

Figura 2–Tangram russo[5]

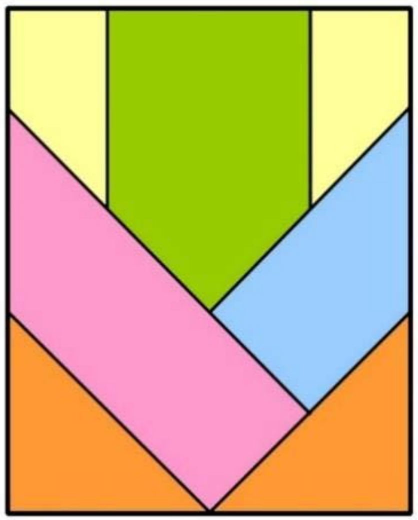


[5]. Disponível em: http://www2.unifap.br/matematicaead/files/2016/03/Binder1.pdf. Acesso em: 05 ago. 2016.

Tangram pitagórico

Produzido a partir de um quadrado, o tangram pitagórico, além de ser utilizado para representação de figuras, é utilizado para demonstração do teorema de Pitágoras e é constituído por 2 triângulos retângulos isósceles, 4 trapézios retângulos e 1 pentágono irregular.

Figura 3–Tangram pitagórico6

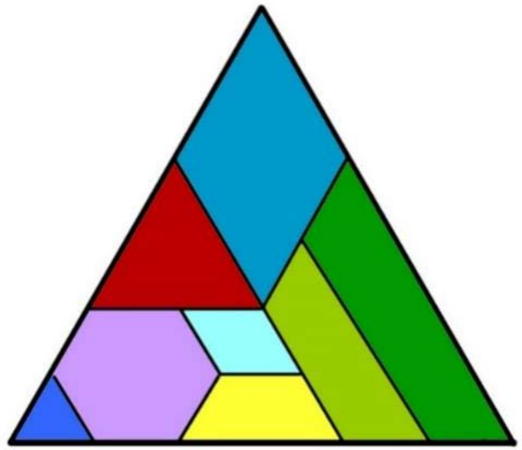


Tangram triangular

Sendo outra forma de tangram, o tangram triangular é constituído por 2 triângulos equiláteros, 2 paralelogramos, 3 trapézios isósceles e 1 hexágono regular.

[6]. Disponível em: http://www.uco.es/users/ma1fegan/Comunes/recursos-matematicos/Tangram.html. Acesso em: 05 ago. 2016.

Figura 4–Tangram triangular7



Segundo Smole (2003, p. 97):

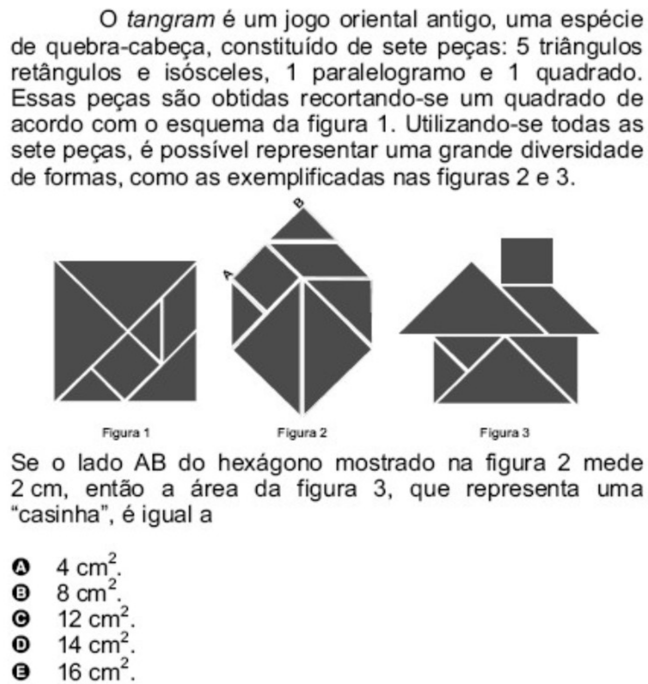
> O tangram, como material de ensino de geometria, auxilia, tem dupla função, serve de meio para introduzir algumas noções e relações geométricas e desenvolve habilidades de percepção espacial.

O desafio proposto ao desenvolver o quebra-cabeça é recompor formas geométricas, mudando as sete peças de posição, e colocar lado a lado sem sobreposição, possibilitando a criação e montagem de várias figuras, como letras, animais, pessoas, objetos e figuras geométricas. Esse jogo, apesar de aparentemente simples, possui uma enorme riqueza em sua proporção.

[7]. Disponível em: http://www.uco.es/users/ma1fegan/Comunes/recursos-matematicos/Tangram.html. Acesso em: 05 ago. 2016.

Podemos perceber sua importância para o ensino de geometria de tal forma que já foi explorada em questões do Exame Nacional de Ensino Médio (ENEM), que é uma prova elaborada pelo Ministério da Educação para verificar o domínio de competências e habilidades dos estudantes que concluíram o Ensino Médio. Veja a questão abaixo.

Figura 5–Questão do ENEM[8]



O *tangram* é um jogo oriental antigo, uma espécie de quebra-cabeça, constituído de sete peças: 5 triângulos retângulos e isósceles, 1 paralelogramo e 1 quadrado. Essas peças são obtidas recortando-se um quadrado de acordo com o esquema da figura 1. Utilizando-se todas as sete peças, é possível representar uma grande diversidade de formas, como as exemplificadas nas figuras 2 e 3.

Se o lado AB do hexágono mostrado na figura 2 mede 2 cm, então a área da figura 3, que representa uma "casinha", é igual a

A) 4 cm^2.
B) 8 cm^2.
C) 12 cm^2.
D) 14 cm^2.
E) 16 cm^2.

Fonte: Inep (2008).

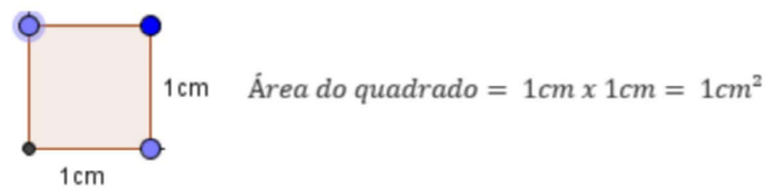
[8]. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2008/2008_amarela.pdf. Acesso em: 05 ago. 2016.

Nessa questão, podemos perceber que o intuito é trabalhar as relações de áreas, assim é essencial perceber que os formatos das três figuras, produzidos pelas sete peças, são diferentes – mas produzem áreas iguais, já que as três figuras utilizam todas as peças do tangram.

Na Figura 2, percebemos que o lado AB, que é igual a 2 cm (dado disponível na questão), é composto por dois segmentos iguais, que correspondem, respectivamente, ao lado do quadrado e ao cateto do triângulo retângulo.

Olhando para a Figura 1, podemos observar que esse cateto está encostado em um dos lados do quadrado, o que também nos permite concluir que os lados do quadrado e do cateto possuem medidas iguais a 1 cm. A partir desses dados, calculamos as áreas do quadrado e dos dois triângulos retângulos isósceles (menores), que, nesse jogo, são iguais:

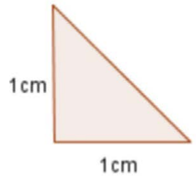
Figura 6–Construção do quadrado no GeoGebra



Fonte: Autoria própria

O triângulo retângulo isósceles possui catetos iguais, sendo que um corresponde ao comprimento da base, e o outro, a uma altura que é relativa a essa base. Informação, aliás, que facilita o cálculo da área:

Figura 7–Construção do triângulo pequeno no geoGebra



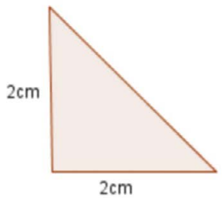
$$\text{Área do triângulo} = \frac{1cm x\ 1cm}{2} = 0{,}5cm^2$$

Fonte: Autoria própria

Observando a Figura 1 e a Figura 2, os mesmos segmentos que formam o lado AB do hexágono, que acabamos de utilizar no cálculo anterior, informam a medida dos catetos dos dois triângulos retângulos isósceles que compõem a metade do quadrado da Figura 1.

As medidas dos catetos desses triângulos são iguais a 2 cm e permitem o cálculo das respectivas áreas:

Figura 8–Construção do triângulo médio feita no geoGebra



$$\text{Área do triângulo médio} = \frac{2cm\ x\ 2cm}{2} = 2cm^2$$

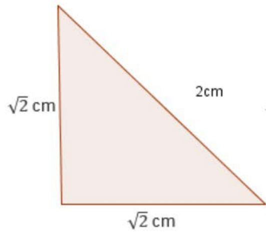
Fonte: Autoria própria

Observando a Figura 2, vemos que a hipotenusa desse triângulo retângulo médio está encostada no cateto do triângulo retângulo maior, que, como vimos anteriormente, possui 2 cm de comprimento. Assim, de maneira indireta, temos a informação da medida da hipotenusa do triângulo médio e, portanto, o caminho para calcular as medidas dos seus catetos, aplicando o teorema de Pitágoras. Com essas medidas dos catetos, calculamos a área de cada triângulo:

$$(2cm)^2 = x^2 + x^2 \Rightarrow 2x^2 = 4cm^2 \Rightarrow x^2 = 2cm^2 \Rightarrow x = \sqrt{2}\ cm$$

Logo os catetos medem cm cada. Assim podemos calcular a área do triângulo maior, que é dada por:

Figura 9–Construção do triângulo maior feita no geoGebra



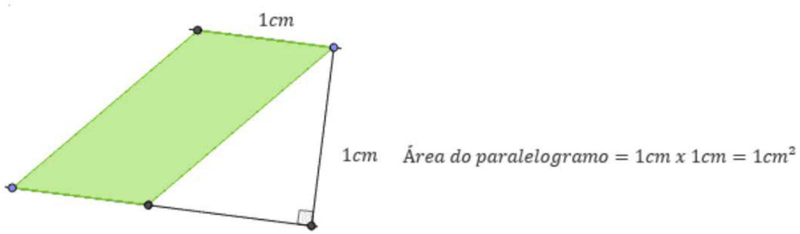
$$\text{Área do triângulo maior} = \frac{\sqrt{2}cm\ x\ \sqrt{2}cm}{2} = \frac{(\sqrt{2}cm)^2}{2} = \frac{2cm^2}{2} = 1cm^2$$

Fonte: Autoria própria

Na Figura 2, o lado menor do paralelogramo está encostado no quadrado e, portanto, tem medida igual a 1 cm. A partir do conceito de que a área do paralelogramo é a multiplicação de um dos lados pela altura relativa ao lado que escolhemos para efetuar o cálculo, o próximo passo é descobrir a medida dessa altura a partir de uma das ilustrações.

A Figura 1 é a chave para a informação. O encaixe da hipotenusa do triângulo retângulo pequeno com o lado maior do paralelogramo permite a projeção da altura para o cateto que está encostado no quadrado. Assim, a medida da altura relativa do lado menor, com 1 cm, é também igual a 1 cm, concluindo que a área do paralelogramo é igual a um centímetro quadrado:

Figura 10–Construção do paralelogramo feita no geoGebra



Fonte: Autoria própria

Para encontrar a solução do problema proposto, basta agora somar as áreas das figuras encontradas, como podemos ver a seguir:

$$\acute{A}rea\ total = \acute{A}rea.\ quadrado + 2(\acute{A}rea.\ tri.\ pequeno) + 2(\acute{A}rea.\ tri.\ grande) + \acute{A}rea.\ tri.\ m\acute{e}dio + \acute{A}rea\ do\ paralelogramo$$

Assim, temos:

$$\acute{A}rea\ total = 1cm^2 + 2(0{,}5cm^2) + 2(2cm^2) + 1cm^2 + 1cm^2 = 8cm^2$$

Logo, a solução adequada ao problema proposto seria a letra B.

Nessa atividade, na visão da formação de conceitos segundo Vygotsky, o conceito espontâneo, que seriam as peças que compõem o tangram, é uma tomada de consciência para a formação do conceito científico, que, no caso, seria o cálculo das áreas das figuras planas que formam as peças do tangram.

Podemos perceber que é uma atividade que parece elementar de construção de figuras, a partir das peças do próprio tangram, mas, ao mesmo tempo, é uma atividade que está desenvolvendo ideias a respeito de áreas de figuras planas. É possível perceber que, em um único problema, foram explorados os conceitos de áreas de algumas figuras planas, tais como quadrado, triângulo e paralelogramo.

Assim é possível perceber que somente o conhecimento espontâneo não é suficiente para resolver uma atividade nesse nível, precisando da mediação do professor para que esse conhecimento espontâneo tome uma proporção maior e chegue aos conhecimentos científicos.

Nessa perspectiva da formação de conceitos, segundo Vygotsky, usamos o tangram, obtido a partir de um quadrado, para o desenvolvimento de algumas ideias matemáticas relacionadas a composição e decomposição de figuras, bem como ideias de frações.

Descrição e análise do experimento realizado

A descrição a seguir refere-se a um experimento realizado no laboratório de Matemática de um museu, na cidade de Campina Grande, no dia 13 de maio de 2015, onde observamos uma turma de 6º ano, com 12 alunos, na faixa etária de 10 a 12 anos, oriundos de uma escola municipal da referida cidade.

Inicialmente os monitores começaram falando sobre o que era o tangram e perguntaram aos alunos se eles o conheciam. Uns disseram que sim e os demais ficaram em silêncio. Como era uma turma relativamente pequena, os monitores dividiram os alunos em duplas, entregaram a cada uma um tangram e disseram aos alunos que podiam manusear as figuras como quisessem.

Por ser esta atividade completamente livre, alguns alunos formaram figuras com duas peças. Por exemplo, usaram dois triângulos e formaram um quadrado, outros com mais peças construíram casas, pipas e alguns animais, como gato, borboleta, e outros tentaram compor (recompor) o tangram em sua forma quadrada, utilizando as sete peças. Nesse momento, surgiram algumas dúvidas.

A1E1: Professor, é para usar quantas peças?
Monitor: Quantas peças você precisar.
A8E1: E que tipo de desenho devo fazer?
Monitor: Use a sua criatividade. É livre!
A8E1: Certo!

(Transcrição da fala dos alunos)

Nessa etapa, todas as figuras construídas são válidas, pois essa atividade tem como objetivo oferecer aos alunos a oportunidade de ver, tocar e manipular diferentes peças, observar as diferentes formas.

Nesse momento, também foi pedido aos alunos que anotassem no caderno a quantidade de figuras diferentes que eles conseguiram formar. Passados uns 10 minutos, os alunos manuseando e construindo figuras das mais diversas formas, o monitor lhes perguntou quais figuras eles conseguiram formar, e as respostas foram as mais variadas possíveis, tais como casa, gato, quadrado, coelho, barco, etc.

Monitor: Quantas peças diferentes vocês acham que podem ser construídas com o tangram?
A7E1: Umas 20?
A10E1: Não menino, dá *pra* construir mais de 50.
A1E1: Acho que umas 27.
Monitor: Quem acha que consegue construir mais de 50?
A3E1: Eu acho que consigo umas 20 só.
Monitor: Alguém acha que pode ser construído mais? Ou menos?
A2E1: Umas 100, eu acho.
Monitor: Cerca de 1700 figuras entre animais, plantas, pessoas, objetos, letras, números, figuras geométricas e outros.
A3E1: Isso tudo, professor?!
Monitor: Isso tudo. E vocês ainda podem construir uma figura que ninguém nunca construiu com o tangram, viu?
A7E1: Oxe, pois eu vou tentar mais em casa e ver se consigo.

(Transcrição da fala dos alunos)

Figura 11–Alunos manuseando o tangram

Fonte: Autoria própria

Foi possível perceber, nessa etapa, que os alunos ficaram muito entusiasmados em querer participar da atividade. Cada aluno queria estar construindo novas formas, fossem animais ou objetos. Outro aspecto observado foi a interação entre as duplas, pois pudemos perceber que, em alguns momentos, eles estavam discutindo não só entre si, mas também com as duplas vizinhas, as possibilidades de formar figuras diferentes.

Nesse aspecto, Lorenzato (2008, p. 72) reforça que “a experimentação é um processo que permite ao aluno se envolver com o assunto em estudo, participar das descobertas e socializar com os colegas”.

Na segunda parte da atividade, o monitor perguntou se os alunos conheciam as figuras que compõem o tangram. Todos disseram que sim, então o monitor lhes pediu para que dissessem o nome das peças, a que eles responderam sem muitas dificuldades.

A única dificuldade encontrada foi alguns alunos confundirem o paralelogramo com o retângulo. O monitor perguntou por que era um retângulo e obteve como resposta:

A5E1: Essa figura é um retângulo. Porque ela lembra uma caixa de sapato amassada.
Monitor: E o que caracteriza um retângulo?
A5A1: Dois lados iguais e dois lados diferentes.
Monitor: Como assim? Explique melhor.
A8E1: O lado de cima é igual ao lado de baixo. E o lado direito é igual ao lado esquerdo.
Monitor: Isso!
Pudemos perceber, nesse momento, que faltou uma compreensão melhor do monitor com relação ao papel que o professor tem do material experimental para trazer as ideias conceituais, ou seja, da ideia conceitual que podemos tirar da manipulação. Quando o aluno diz que um retângulo tem dois lados iguais e dois lados diferentes, dá margem para outras figuras geométricas, como o trapézio.
Monitor: O que mais caracteriza um retângulo?
A5E1: Não é só isso, não?
Monitor: Não, tem outra característica muito importante.

(Transcrição da fala dos alunos)

Nesse momento, o monitor desenhou no quadro um retângulo e um paralelogramo, cujos lados mediam 30 cm e 20 cm, e perguntou aos alunos o que as duas figuras tinham em comum.

A11E1: O tamanho dos lados são os mesmos!
Monitor: Isso mesmo.
Monitor: O que mais?
A6E1: Os dois têm dois lados iguais e dois lados diferentes.
Monitor: Muito bem! O que mais?
A2E1: O retângulo está em pé e o paralelogramo está deitado.
A3E1: Os ângulos do paralelogramo são menores do que os do retângulo.
Monitor: Isso mesmo. Essa é uma diferença fundamental entre retângulo e paralelogramo. Os ângulos que formam um retângulo, todos medem 90º. Já ângulos do paralelogramo são ângulos menores de 90º.

Pudemos perceber aqui um equívoco por parte do monitor ao dizer que os ângulos internos do paralelogramo são ângulos menores de 90º, pois como o paralelogramo é um quadrilátero, a soma dos ângulos internos deve medir 360º. Sendo assim, a forma correta que o monitor deveria ter falado para os alunos era que, em um paralelogramo, temos dois ângulos menores (ângulo agudo) de 90º e dois ângulos maiores de 90º (ângulo obtuso).

Isso muitas vezes ocorre porque são conceitos que não são trabalhados durante a Educação Básica pelos professores, e o aluno, ao ingressar na licenciatura em Matemática, também não vê esses conceitos porque se supõe que ele já estudou durante a Educação Básica.

Aí está a importância do projeto PROAFE, pois, nas reuniões de planejamento, discutimos esses conceitos, mostrando a importância da reflexão do trabalho do professor com o uso dos materiais didáticos de manipulação.

A11E1: É mesmo.

(Descrição da fala dos alunos)

Isso deixa claro que, muitas vezes, os conceitos de geometria plana, com relação a formas e propriedades geométricas, não ficam bem claros para o aluno, gerando confusão na hora de identificar e caracterizar as formas geométricas.

Foi possível perceber que, nesse caso, só a manipulação do paralelogramo não foi suficiente para os alunos perceberem a diferença entre o retângulo e o paralelogramo. Mas foi muito importante para identificarmos essa dificuldade dos alunos.

Depois dessa etapa, foi o momento de trabalhar um pouco a ideia de medidas com o tangram. E o monitor começou da seguinte forma:

Monitor: Como sabemos, o tangram é constituído por sete partes, que são: um quadrado, um paralelogramo, dois triângulos pequenos, dois triângulos grandes e um triângulo médio. Vamos escolher o triângulo pequeno para medir as outras peças. Por isso, nesta atividade, o triângulo pequeno será a nossa "unidade de medida".
Medir uma peça significa verificar quantas unidades são necessárias para formar a peça. Por exemplo, para o quadrado ser constituído, são necessários dois triângulos pequenos; o paralelogramo pode ser decomposto em duas unidades, e cada uma delas se chama "metade".

Quantas unidades são necessárias para cobrir um triângulo médio? E o triângulo grande, é composto por quantas unidades? Em resumo, dizemos que essas figuras (quadrado, paralelogramo, triângulo médio e triângulo grande) são "múltiplos da unidade" triângulo pequeno.

Nessa etapa, foi entregue uma folha com essa atividade aos alunos para que eles pudessem preencher com a ajuda do tangram. Quando os alunos terminaram de responder às questões, os monitores começaram a fazer perguntas para que os alunos dissessem suas respostas.

Monitor: Pessoal, quantas unidades são necessárias para cobrir um triângulo médio, usando o triângulo pequeno como unidade de medida?
(Todos os alunos responderam dois triângulos).
Monitor: E para cobrir o triângulo grande?
(Também todos disseram 4 triângulos).
Monitor: E o quadrado, pode ser decomposto em quantos triângulos?
(Todos também disseram dois triângulos pequenos).
Monitor: Quantos triângulos pequenos são necessários para compor um tangram?
A1E1: Eu sei, são 14.
Monitor: Por que 14?
A1E1: Seis dos dois triângulos grandes, dois do quadrado, dois do paralelogramo, os dois triângulos pequenos e dois do triângulo médio.
A3E1: Não. O triângulo grande é formado por quatro triângulos pequenos e não três.

Monitor: Muito bem!
A1E1: Então o total são 16 triângulos pequenos.

(Descrição da fala dos alunos e do monitor)

Na questão número 2 da atividade proposta (Apêndice B), os alunos, de maneira geral, apresentaram grandes dificuldades em perceber que podemos decompor o tangram em dois quadrados grandes. E como a unidade de medida usada é o triângulo pequeno, temos $2/16$.

Do mesmo modo, eles não conseguiram visualizar sozinhos por que o triângulo grande corresponde a $1/4$ do tangram. Eles não perceberam que podemos decompor o tangram em quatro triângulos grandes. E como a unidade de medida é o triângulo pequeno e podemos decompor o tangram em 16 triângulos pequenos, vamos obter como fração $4/16$.

Para sanar as dificuldades apresentadas, foi necessária a intervenção do monitor de modo que os alunos pudessem visualizar o que estava sendo dito. Nesse sentido, o material didático de manipulação foi importante para que realmente o aluno pudesse fazer a manipulação e observar o que era dito.

Nesse experimento, foi possível observar a vontade dos alunos em querer participar da atividade, questionando desde a interação entre os alunos e entre os monitores. A atividade foi avaliada positivamente pelos alunos, pois disseram ter aprendido melhor a disciplina, de uma forma lúdica, divertida.

Assim, podemos evidenciar que o uso do tangram como recurso didático pode contribuir para o processo de construção de ideias matemáticas acerca dos conteúdos de geometria e de fração.

Experimento: dominó das operações

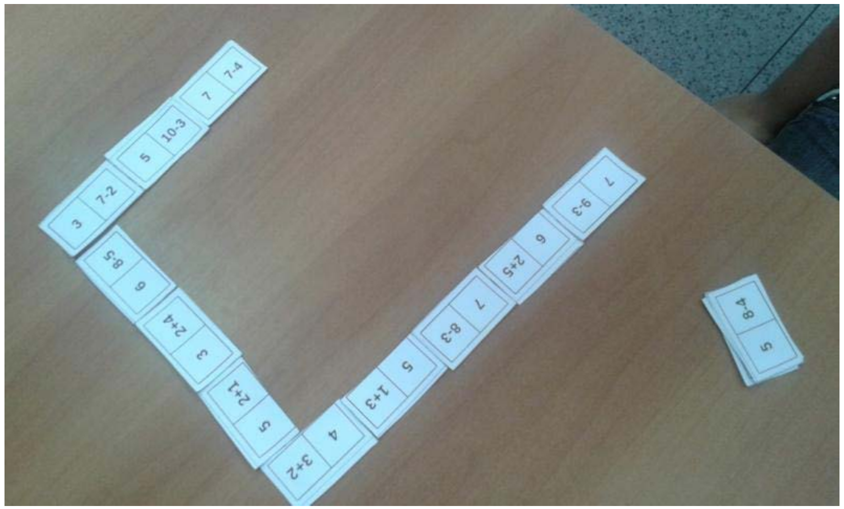
Conteúdos trabalhados

- Adição, subtração, multiplicação e divisão (quatro operações)

Objetivo

- Desenvolver operações com foco no cálculo mental.

Figura 12–Dominó da adição



Fonte: Autoria própria

Este jogo matemático se fundamenta no jogo clássico de dominó. Simples de se jogar e muito prático de manusear nas

turmas do Ensino Fundamental II, essa atividade tem como foco a aplicação dos algoritmos das operações, ou seja, é um jogo de aplicação do conteúdo já estudado pelos alunos.

A seguir, estão descritos os objetivos, as regras e o conhecimento pedagógico de cada jogo: dominó da adição, dominó da subtração, dominó da multiplicação e dominó da divisão.

Material utilizado

- Dominó com 28 peças.

Regras do jogo

Podem participar de 2 a 4 jogadores;

1. Embaralham-se as peças com os números voltados para baixo;
2. Cada participante pega uma peça de cada vez no monte, até completar 7 peças. As sobras permanecem no monte;
3. Um participante sorteado (ou com número maior) começa o jogo, revelando uma peça;
4. Cada jogador, um a um no sentido horário, calcula o resultado e junta uma peça no resultado;
5. Quem não tiver a peça pega sucessivamente do monte até encontrar a peça procurada; se não houver mais peças no monte, passa a vez ao jogador seguinte;
6. Será o vencedor quem ficar sem as peças do jogo em primeiro lugar.

Figura 13–Modelo de dominó utilizado

7	1+2	6	6-2	7	7-4	3	7-2
6	8-5	5	8-4	7	8-3	4	8-2
5	1+3	5	2+1	6	2+2	3	2+4
6	2+5	4	3+2	4	3+3	4	3+4
3	4+1	5	10-3	3	9-2	7	9-3

Fonte: Autoria própria

Descrição do experimento realizado

A descrição a seguir refere-se a um experimento realizado no Laboratório de Matemática de um museu na cidade de Campina Grande, no dia 25 de maio de 2015, onde observamos uma turma de 6º ano, com 18 alunos, na faixa etária de 10 a 12 anos, oriundos de uma escola municipal da mesma cidade.

Inicialmente, os alunos chegaram e se acomodaram nas cadeiras ao redor da mesa e o monitor começou perguntando quem já conhecia um dominó de operações. Dois alunos disseram ter jogado com o dominó da adição.

O monitor perguntou à turma quem gostava de Matemática. Só um disse que gostava. Logo em seguida, o monitor começou a fazer algumas perguntas sobre as quatro operações, tais como: quanto é 5 *x* 8? E 24 / 6? E 58-13? Poucos alunos respondiam.

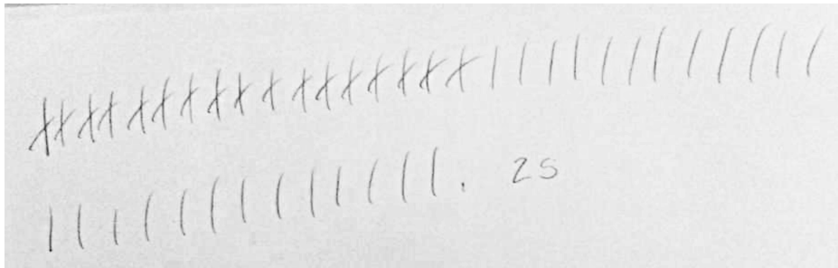
Podemos constatar que essa turma era muita heterogênea em relação ao conhecimento matemático, pois havia alunos que tinham um bom domínio das operações fundamentais, que foi possível perceber porque respondiam aos questionamentos do monitor sem dificuldades; e alunos com pouco domínio em relação delas, pois respondiam de forma errada ou então ficavam em silêncio.

Para dar início ao jogo, o monitor pediu para que os alunos formassem grupos de quatro pessoas. Feito isso, e explicado como se procederiam as atividades, o jogo foi iniciado pelo dominó da adição e da subtração .

O monitor explicou as regras do jogo e simulou algumas jogadas para que os alunos as compreendessem melhor. Logo em seguida, os alunos começaram a jogar. Foi sugerido pelo monitor que eles tentassem resolver de cabeça os cálculos, só em último caso usassem caderno e lápis.

Durante o jogo do dominó da adição, constatamos poucas dificuldades em relação a essa operação. A dificuldade observada era resolver os cálculos sem usar lápis e papel, como fazer de cabeça 23 + 39. Dúvidas dessa natureza que iam surgindo eram discutidas entre os membros da própria equipe. Durante esse jogo, não foi preciso a intervenção do monitor para sanar dúvidas. Já com relação à subtração, foram constatadas algumas dificuldades, tais como resolver de cabeça o cálculo 35-19, ou então 42-27, poucas equipes conseguiram resolver sem usar lápis e caderno. E mesmo usando lápis e cadernos, pudemos perceber que alguns alunos ainda não conseguiram resolver os cálculos de subtração usando o algoritmo, fazendo uso ainda de desenhos para responder a cálculos de subtração, como podemos observar o registro de uma aluna quando fez 42-17.

Figura 14–Resposta da aluna A2E2



Fonte: Autoria própria

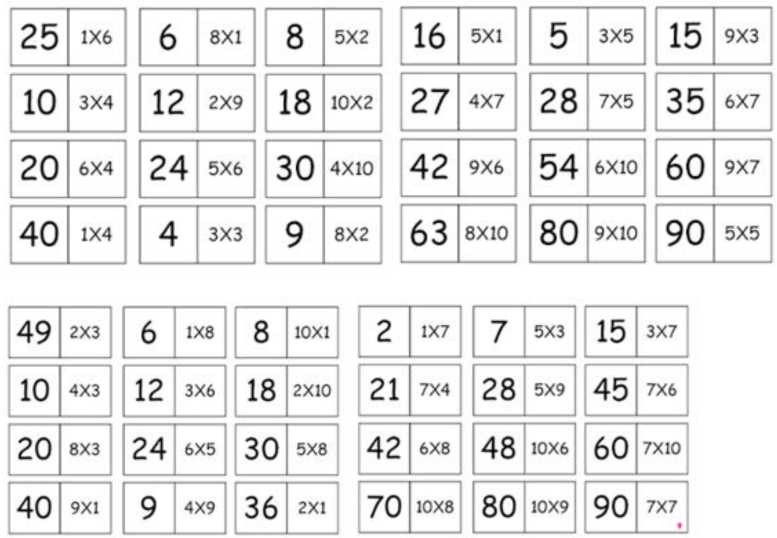
Quando o monitor perguntou à aluna como tinha feito a operação, ela respondeu:

> **A2E2:** Era para fazer 42 menos 17, então eu fiz 43 tracinhos e risquei 17, aí somei os tracinhos que não estavam riscados e deu 25.
> **Monitor:** Mas se fosse 200 menos 89, como você faria?
> **A2E2:** Vixi, eu ia demorar, pois fazer desse tanto de tracinhos sem errar as contas, dá muito trabalho.
> **Monitor:** Então por que você não usa o algoritmo da subtração?
> **A2E2:** Eu não sei fazer daquele jeito, eu não entendo esse negócio de tomar emprestado.

Podemos perceber que os conceitos com relação à subtração não foram trabalhados de maneira significativa com os alunos, fazendo com que estes não compreendessem o algoritmo da subtração. Nesse caso, o jogo serviu de diagnóstico para o professor saber as possíveis limitações dos alunos.

O segundo jogo aplicado foi o dominó da multiplicação. Esse jogo tem a finalidade de ajudar as crianças a aprenderem a tabuada da multiplicação.

Figura 15–Dominó da multiplicação



Fonte: Autoria própria

Assim como no dominó anterior, de início, o monitor explicou as regras e simulou algumas jogadas, e logo após os alunos começaram a jogar.

Durante o jogo, muitos alunos apresentaram dificuldades, pois muitos ainda não estavam conseguindo entender a multiplicação como sendo uma soma de parcelas iguais, que foi uma das ideias apresentadas pelo monitor. Vale salientar que a multiplicação como sendo soma de parcelas iguais é apenas uma das ideias de multiplicação, pois existem outras ideias, que é a de raciocínio combinatório. As operações mais simples, eles até que conseguiam fazer, mas **à**s operações maiores, como 8 *x* 7, poucos conseguiram responder. Quando o monitor perguntou quanto era 8 *x* 7, surgiram os seguintes comentários:

> **A2E2:** 48
> **Monitor**: Por que 48?
> **A2E2:** Não sei, chutei. (risos)
> **Monitor:** Alguém sabe quanto é?
> **A5E2:** Acho que é 56.
> **Monitor:** Por que 56?
> **A5E2:** Eu fiz 8+8+8+8+8+8+8 e depois somei tudo.
> **A3E2:** Eu fiz de outra forma e também deu 56.
> **Monitor:** Como você fez?
> **A3E2:** Eu fiz somando também.
> **Monitor:** Como?
> **A3E2:** 7+7+7+7+7+7+7+7, quando somei tudo, deu 56.

> **Monitor:** Também está correto. Alguém sabe dizer qual é a diferença de uma forma para a outra?
> **A12E2:** Foi na forma de somar professor. Porque, como era 8 *x* 7, eu podia fazer o 8 sete vezes e somar; ou então fazer 7 oito vezes e somar, que os dois resultados vão dar 56.
> **Monitor:** Muito bem, é isso mesmo. Mas se eu fizer 10 *x* 12 agora, como eu faço?
> **A2E2:** Pelo que ele falou, tem que fazer o 10 doze vezes e somar; ou então o 12 dez vezes e somar.
> **Monitor:** Isso mesmo. Estão vendo que a multiplicação não é difícil? Na verdade, o que temos na multiplicação é uma soma de parcelas iguais, por isso que, quando temos 5 *x* 9, por exemplo, podemos fazer 5+5+5+5+5+5+5+5+5 = 45 ou fazer 9+9+9+9+9= 45.
>
> (Descrição da fala dos alunos)

Assim, depois da explicação, foi possível fazer com que os alunos pudessem compreender que a multiplicação é uma soma de parcelas iguais.

Depois da explicação, foi possível observar nos grupos que, com o uso de papel e lápis, os alunos iam fazendo agrupamentos para resolver os cálculos. Por exemplo, se eles queriam multiplicar 7 *x* 4, alguns alunos faziam 7 grupos de 4 e depois somavam tudo. Outros faziam 4 grupos de 7 e depois somavam tudo.

Figura 16–Alunos jogando com o dominó da multiplicação

Fonte: Autoria própria

Apesar de alguns alunos apresentarem algumas dificuldades em relação às operações matemáticas, o jogo despertou um grande interesse por parte de todos os alunos, isso foi possível perceber devido à empolgação e à concentração deles durante todo o jogo. A cada jogada de uma dupla, a outra sempre ficava atenta para não efetuar a conta errada ou passar a vez. Nesse aspecto, o uso do MDM foi importante para podermos identificar as dúvidas apresentadas pelos alunos durante o processo de aplicação do jogo e, ao mesmo tempo, perceber que a participação, o interesse, o brincar e o ensino do conteúdo matemático tornaram o Laboratório de Ensino de Matemática, com diz Lorenzato (2006), "um centro de aprendizagem matemática".

Em suma, podemos ressaltar que o jogo proporciona uma melhor relação entre professor e alunos, passando a conhecer melhor não somente a disciplina, mas sim podendo avaliar os alunos em sua participação individual e coletiva.

Experimento: gincana da matemática

Objetivos

- Trabalhar o cálculo mental;
- Desenvolver o raciocínio rápido;
- Incentivar o trabalho em equipe.

Conteúdos trabalhados

Diversos conteúdos sobre álgebra, geometria e aritmética do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental II

Material utilizado

- *Data show*;
- Notebook;
- Perguntas formuladas pelos monitores e pelo coordenador.

Regras

1. Para começar o jogo, as equipes devem tirar par ou ímpar, o vencedor começa;
2. Cada equipe terá um minuto para responder a cada pergunta;

3. A cada resposta correta, serão atribuídos 100 pontos;
4. Serão concedidas duas dicas por pergunta, sendo que, a cada dica, a questão perde 25 pontos;
5. A cada resposta que tenha o raciocínio correto mas com resposta errada, serão atribuídos 20 pontos;
6. O tempo máximo de duração para responder a cada pergunta não deve ultrapassar dois minutos;
7. Caso as equipes não consigam responder às perguntas propostas, estas devem ser respondidas pelos monitores.

Descrição do experimento **realizado**

A descrição a seguir refere-se a um experimento realizado no Laboratório de Matemática de um museu na cidade de Campina Grande, no dia 09 de junho de 2015, onde observamos uma turma de 9º ano, com 20 alunos, na faixa etária de 14 a 16 anos, oriundos de uma escola municipal da cidade.

Os alunos chegaram ao laboratório, sentaram ao redor da mesa e um dos monitores perguntou: “Quem é bom para fazer cálculo mental?”. Cinco alunos disseram que eram bons de fazer “contas de cabeça”. Logo em seguida, os monitores disseram que a atividade do dia era uma gincana de Matemática.

Os alunos ficaram animados quando os monitores disseram do que se tratava. Os monitores pediram que os alunos se dividissem em dois grupos de dez pessoas e que escolhessem um nome para cada equipe. Uma equipe chamava-se Fênix e a outra equipe Demolidores. Depois que as equipes tinham escolhido os nomes, os monitores leram as regras da gincana.

As equipes eram desafiadas a responder a 66 perguntas que envolviam aritmética, álgebra e geometria, desde níveis mais elementares até níveis mais complexos, do 6º ano até o 9º.

Essas perguntas foram estruturadas pelos monitores junto com o coordenador da área de Matemática responsável pelo projeto e elencadas de uma forma a que o aluno tivesse a capacidade de responder, usando apenas o cálculo mental, já que não era permitido o uso de calculadoras, papel e lápis.

As questões elaboradas eram questões voltadas tanto para a aplicação de algoritmos como para o desenvolvimento de ideias conceituais, que levavam os alunos a refletir e ter uma tomada de consciência para responder a algumas questões, tendo como pressuposto a teoria de Vygotsky sobre a formação de conceitos científicos.

Segundo Vygotsky, a tomada de consciência e a reflexão sobre ação fazem com que os alunos construam ideias a respeito dos conteúdos estudados, e a construção de conceitos é um conjunto de conexões associativas que se assimila com a ajuda da memória, um autêntico e completo ato do pensamento construído a partir das reflexões das ideias.

As perguntas elaboradas foram impressas, recortadas e misturadas, de modo que, na hora em que uma das equipes fosse escolher uma pergunta para responder, não sabia se era de aritmética, álgebra ou geometria, nem o nível da questão.

Na hora de as equipes responderem às questões, percebemos que elas apresentaram muitas dificuldades com questões relacionadas à geometria. Em uma das questões foi possível constatar isso, a questão 41, que perguntava o que era o raio da circunferência.

Essa pergunta foi feita para a equipe Fênix. Dos 10 alunos que compunham a equipe, um único aluno disse:

> **A2E3:** É o valor de .
> **Monitor:** Não está correto, agora é a vez da equipe dos Demolidores.
> **A11E3:** O raio da circunferência “é uma corda que liga dois pontos quaisquer da circunferência”.
> **Monitor:** Também não é isso. Alguém mais sabe dizer o que é o raio da circunferência?
>
> (Descrição da fala dos alunos)

Nenhum aluno se pronunciou. Nesse momento, o monitor pegou a régua trigonométrica, colocou sobre a mesa e perguntou:

> **Monitor:** E agora, olhando essa circunferência aqui e essa régua, vocês saberiam dizer o que seria o raio?
> **A2E3:** A distância entre qualquer dois pontos da circunferência?
> **Monitor:** Quase isso. Só estão esquecendo de um detalhe importante.
> **A4E3:** A distância entre os dois pontos tem que ser a mesma?
> **Monitor:** Isso, mas para que isso aconteça tem que fazer o quê?

As duas equipes pensaram mais um pouco a respeito desse questionamento, até que um dos alunos representantes da equipe Demolidores disse:

> **A7E3:** Acho que a distância tem que ser a mesma entre os dois pontos e tem que passar pelo meio da circunferência.
> **Monitor:** Como vocês chegaram a essa conclusão?
> **A7E3:** A gente começou a ver pela *régua trigonométrica*[9] que a distância entre o ponto do meio da circunferência a outro ponto do contorno da circunferência parecia ter o mesmo tamanho.
> **Monitor:** Muito bem, pessoal! É isso mesmo. O raio da circunferência é a distância do centro da circunferência a qualquer ponto da extremidade da circunferência.
>
> (Descrição da fala dos alunos)

Nesse momento, foi possível observar como o uso do material didático foi importante para a visualização e a construção do conceito de raio da circunferência, pois, através do visual, alguns alunos conseguiram tirar suas próprias conclusões a respeito do que é raio da circunferência. Mas devemos deixar claro que isso só foi possível com o intermédio dos questionamentos provocados pelo monitor.

Outra questão que fez com que chegássemos à conclusão de que os alunos têm muitas dificuldades em geometria foi a questão 42, que perguntava qual era a diferença entre parale-

[9]. Material didático disponível no museu que tem como finalidade ensinar razões trigonométricas.

logramo e retângulo. Essa pergunta foi sorteada para a equipe Demolidores responder. Tivemos várias respostas, entre as quais vale destacar:

A11E3: Um é mais achatado do que o outro.
A15E3: Sei lá. Para mim, é tudo igual.
A18E3: O paralelogramo é maior do que o retângulo.

(Descrição da fala dos alunos)

Figura 17–Alunos na gincana da Matemática

Fonte: Autoria própria

Quando passamos a vez para a equipe Fênix responder, apenas um dos alunos respondeu de forma correta.

A6E3: A diferença estava nos ângulos.
Monitor: Como assim nos ângulos?
A6E3: Sim. Os ângulos do retângulo são ângulos retos. E os do paralelogramo não são.
Monitor: Mas o que um ângulo reto?
A6E3: É um ângulo que mede 90º.
Monitor: Isso mesmo, muito bem! A diferença entre o retângulo e o paralelogramo está nos ângulos. No retângulo, obrigatoriamente os ângulos internos devem medir 90º; já no paralelogramo, isso não é necessário.

(Descrição da fala dos alunos)

Podemos perceber, nesse momento, um equívoco por parte do monitor, pois, pelas características descritas por ele, pode-se pensar que qualquer polígono de quatro lados que tenham os ângulos diferentes de 90º pode ser um paralelogramo. Além do mais, seria interessante o monitor fazer relações entre as figuras geométricas, como mostrar que todo retângulo é um paralelogramo, ou ainda mostrar para os alunos que todo quadrado é um retângulo isósceles.

Depois dessas perguntas, o monitor perguntou aos alunos se eles já tinham estudado aqueles conteúdos de geometria. Alguns disseram que já tinham estudado, mas não lembravam mais. Outros disseram que não tinham visto, pois o professor nunca dava o conteúdo de geometria, sempre os “pulava”.

Nesse caso, podemos perceber os resquícios ainda do Movimento da Matemática Moderna. Nas décadas de 1960 e 1970, foi dada uma ênfase maior aos aspectos algébricos, havendo um abandono do campo geométrico em nossos programas escolares.

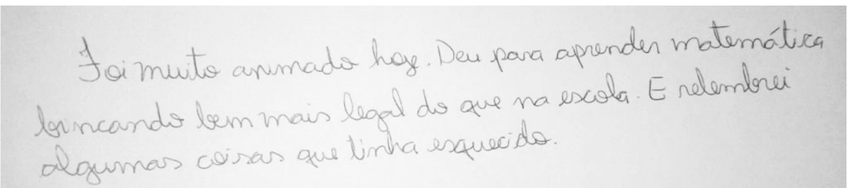
Baseados nesse movimento, foram publicados livros didáticos de Matemática nos quais se verificava somente a preocupação com as estruturas algébricas e com a utilização da linguagem simbólica da teoria dos conjuntos (Pavanello, 1993. p. 13).

O que acontece ainda hoje é que professores que estão há muito tempo na sala de aula e não procuraram uma formação continuada, tendo sido formados nesse período, têm grande tendência de voltar o ensino da Matemática para a álgebra, deixando a geometria de lado.

Um ponto observado muito interessante foi a questão da interação entre as equipes. Pudemos perceber que havia um grande envolvimento da equipe na hora de responder às questões, a preocupação que os membros da equipe tinham em conversar com os outros integrantes para ver se realmente a resposta estava correta, e também pela comemoração que eles faziam ao acertar cada questão.

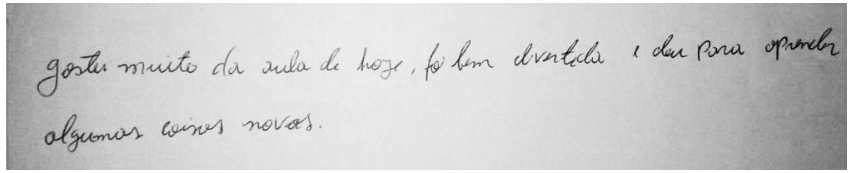
Ao final da gincana, os alunos encararam como uma atividade divertida na qual, segundo relatos de alguns, “deu para a gente relembrar e aprender alguns assuntos que a gente não lembrava mais”. Isso fica mais evidente na fala dos alunos abaixo:

Figura 18–Fala do Aluno A7E3



Fonte: Autoria própria

Figura 19–Fala do Aluno A10E3



Fonte: Autoria própria

Experimento: jogo contato do primeiro grau[10]

Conteúdo trabalhado

- Equação do primeiro grau.

Objetivos:

- Refletir com mais propriedade sobre equação do primeiro grau;
- Resolver equações do primeiro grau.
- O contato do primeiro grau é um jogo matemático que pode ser usado para a fixação do conteúdo *equações do primeiro grau*, no qual se trabalha a resolução e estimula o cálculo mental.

Esse jogo não deve ser usado com o objetivo de introduzir as resoluções de equações, mas para ser utilizado após os alunos conhecerem o assunto. Nesse caso, a função do jogo é

[10]. Adaptado do Caderno do Mathema, jogos matemáticos de 6º a 9º ano, p. 82.

ajudar os alunos a refletirem melhor sobre as formas de resolução, percebendo quando usar o cálculo mental ou um procedimento escrito.

Recursos utilizados para cada grupo:

- Um tabuleiro;
- 20 fichas;
- Dois marcadores de cores diferentes.
- Descrição da execução do jogo

A descrição a seguir refere-se a um experimento realizado no Laboratório de Matemática de um museu na cidade de Campina Grande, no dia 15 de setembro de 2015, onde observamos uma turma de 9º ano, com 12 alunos, na faixa etária de 14 a 16 anos, oriundos de uma escola municipal da referida cidade.

Para o desenvolvimento dessa atividade, dividimos a exposição do jogo em quatro momentos:

Momento 1

Os alunos chegaram ao laboratório, acomodaram-se ao longo da mesa e, em seguida, os monitores perguntaram quem já tinha lido ou ouvido falar em laboratório de Matemática. Dois alunos disseram que já tinham ido a um, pois antes de estudarem na escola pública, haviam estudado em uma escola particular onde tinha um laboratório que era, ao mesmo tempo, de Matemática, Química e Física. Os demais disseram que nunca tinham visitado nenhum.

Feito isso, os monitores disseram que o laboratório de Matemática ia ser um local do museu onde iriam estudar Matemática na forma de experimentos. Nesse momento, os alunos começaram a perguntar como iam estudar Matemática dessa forma.

Os monitores responderam que iam aprender Matemática de uma forma mais divertida, na qual os alunos iriam poder interagir mais uns com os outros e aprender juntos.

Nesse momento, foi possível perceber que os alunos ficaram bem animados com a ideia e perguntaram logo o que iam fazer.

Momento 2

Os monitores perguntaram quem sabia resolver equação do primeiro grau. Alguns disseram que sabiam, outros que não lembravam mais e os demais ficaram em silêncio. Então vamos começar relembrando algumas ideias sobre equações, disse o monitor. A partir daí, os monitores começaram a fazer alguns questionamentos, tais como:

Monitor: O que era uma igualdade?
A5E4: É quando um valor de um lado da equação é igual ao valor do outro lado da equação.

Os demais alunos ficaram em silêncio.

Depois os monitores perguntaram o que era a incógnita de uma equação. A resposta que eles mais falaram foi que incógnita era o valor de *x*.

É possível perceber, nesse momento, por parte dos alunos, uma compreensão do que realmente era uma incógnita. Entretanto, entende-se também que, nas aulas de museus, não há tempo suficiente para trabalhar todos os conceitos.

Para encerrar esse assunto, os monitores colocaram o seguinte problema: o dobro de minha idade mais 10 anos é igual a 38 anos. Qual é minha idade?

Os monitores explicaram de forma como geralmente é vista na escola, montando a equação:

$$2x + 10 = 38$$
$$2x = 38 - 10$$
$$2x = 28$$
$$x = 28/2$$
$$x = 14$$

Depois, explicaram como se resolve usando a equação e, para isso, eles fizeram uso da balança disponível no museu:

$2x + 10 = 38$ subtraindo 10 em ambos os membros da equação, temos:

$$2x + 10 - 10 = 38 - 10$$

$2x = 28$ dividindo os dois membros por 2, temos:

$$\frac{2x}{2} = \frac{28}{2}$$
$$x = 14$$

Com a resolução feita dessa forma, foi possível observar muitas dificuldades dos alunos, tais como: não sabiam, por

exemplo, por que o 10 “passava com o sinal negativo para o outro lado da igualdade”. Só faziam de modo mecânico, sem entender o significado desse processo. Do mesmo modo com relação à multiplicação, eles sabiam que o número que multiplicava a incógnita passava dividindo, mas não sabiam por que isso ocorria.

Alguns alunos conseguiam resolver algumas equações do primeiro grau, como $2x+10=20$, mas eles não compreendiam o significado de cada passo da resolução de uma equação dessa forma.

Quando os monitores explicaram esse procedimento, alguns alunos disseram que agora fazia mais sentido o que já faziam antes sem entender o processo.

Observamos que as aulas ministradas no museu faziam muito sentido para os alunos e que eles gostavam muito de participar dessas aulas. Os monitores, embora ainda no início da licenciatura, se empenhavam bastante nas atividades que faziam com os alunos e conseguiam realizar uma matemática com mais compreensão para os alunos.

O aluno **A12E4** disse que “ver uma equação do primeiro grau como se fosse uma balança fica mais fácil de resolver, pois o que fazemos de um lado da equação temos que fazer do outro lado, se não a balança fica em desequilíbrio”.

Momento 3

Nesse momento, foi apresentado aos alunos o jogo do contato do primeiro grau. O primeiro passo foi dividir os alunos em duplas e em grupos de quatro alunos; após essa etapa, foram explicadas todas as regras do jogo e deu-se início ao

jogo.

Figura 20–Alunos usando o jogo contato do primeiro grau

Fonte: Autoria própria

Ao iniciar o jogo, algumas duplas apresentaram muitas dificuldades para resolver as equações. Algumas das dificuldades foram as seguintes:

$$\mathbf{2x + 8 = 0}$$

A aluna E6E4 resolveu da seguinte forma:

$$\mathbf{2x + 8 = 0}$$
$$\mathbf{10x = 0}$$

Monitor: Por que você resolveu dessa forma?

Aluna E6E4: É só somar o 2 com o 8 e repetir o *x*. E como do outro lado da equação tem um 0, então tem como resultado "10*x* = 0".

Foi possível perceber, nesse processo de resolução, uma dificuldade com relação ao estudo dos polinômios, visto geralmente na grade curricular do 8º ano, pois a aluna somou o 2*x* com o 8, dando como resultado 10*x*=0

Para tentar sanar essa dificuldade, os monitores foram ao quadro e colocaram lá exemplos do tipo 2*x* + 4*x* + 2y - y, e perguntaram para a aluna como ela juntaria esses termos. Ela disse: "Ah, juntamos *x* com *x* e y com y, *né*?".

Monitor: Isso mesmo. Mas nós só podemos juntá-los porque são termos semelhantes, aí sim! Posso juntar *x* com *x* e y com y. Mas no caso da equação 2*x* +8 =0, o número 8 não é semelhante ao número 2*x* , por isso que não posso somar. Entendeu?

$$10 = 5x - 10$$
$$0 = 5x$$

Aluna: Agora sim!

$$10 = 5x - 10$$

O aluno resolveu da seguinte forma:

Quando o monitor perguntou a esse aluno como ele resolveu essa equação, ele disse que: "Como são números iguais e sinais diferentes, um antes da igualdade e outro depois da igualdade, então posso 'cortar' eles, ficando só o $5x$, sendo assim, $0=5x$."

Nesse caso, é possível perceber que o aluno não compreendeu direito o processo de resolução da equação, e o uso do jogo foi um instrumento importante para percebermos tal dificuldade.

Uma das formas que o monitor usou para tentar sanar essa dúvida foi resolver essa equação por meio da ideia de uma balança. O monitor fez da seguinte forma:

> **Monitor:** Olha só como vou resolver rapidinho essa equação, $10 = 5x - 10$.
> O que me interessa é descobrir o valor de x , não é isso?
> **Aluno:** É sim!
> **Monitor:** Imagine que o sinal de igual é uma balança onde o número 10 está do lado esquerdo da balança e o $5x - 10$ está do lado direito da balança. Como eu quero encontrar valor de x, eu vou somar + 10 no lado direito da equação, e como é uma balança, tudo o que faço de um lado tenho que fazer do outro lado. Para manter o peso equilibrado, vou somar + 10 também do outro lado, ficando assim:
>
> $$10 + 10 = 5x - 10 + 10$$
>
> **Monitor:** O que acontece agora?
> **Aluno:** Posso cortar o menos dez com o mais dez do lado de lá da equação, *né*? E do lado de cá, somar dez com mais dez, que vai dar vinte.
> **Monitor:** Isso mesmo. Então vai ficar assim:
>
> $$20 = 5x$$
>
> **Monitor**: E agora como faz o resto?
> **Aluno:** O cinco passa para o lado esquerdo, dividindo o vinte.
> **Monitor**: Muito bem! Assim nós achamos como resta da equação quanto?
> **Aluno:** $x= 4$
> A aluna resolveu da seguinte forma:
>
> $$-4 = 2x$$
> $$\frac{-4}{-2} = x$$
> $$x = 2$$

Nesse caso, podemos perceber um pequeno descuido da aluna com relação ao uso de sinais. Em todos os casos citados, foram retiradas essas dúvidas e os alunos deram continuidade ao jogo. Sendo que, em muitos casos, as dúvidas eram discutidas entre as próprias equipes e estas não precisaram da intervenção dos monitores.

Momento 4

Nesse momento, foi feita uma reflexão com os alunos sobre o jogo. Os monitores perguntaram para os alunos o que eles acharam do jogo. A grande maioria gostou do jogo dizendo que era “uma forma divertida de aprender e que nunca pensou que estudar Matemática, que é uma disciplina tão chata, poderia se tornar legal”.

Duas alunas perguntaram se podiam tirar foto do jogo para tentar fazer a reprodução em casa para brincar. Outro aluno pediu que nós enviássemos para o e-mail dele as regras do jogo para tentar reproduzi-lo também. Dessa forma, fica evidente que aulas experimentais chamam a atenção dos alunos, inclusive alguns deles não queriam ir para os outros laboratórios, só queriam ficar no laboratório de Matemática.

Então, quanto à interação entre os alunos, podemos perceber que, de modo geral, foi muito gratificante. Pois, quando dividimos a turma em duplas para que começassem o jogo, pudemos verificar o empenho das equipes, um ajudando o outro na tentativa de resolver as equações propostas com o intuito de vencer o jogo.

Com relação ao uso do material didático, este foi importante para diagnosticar algumas dificuldades dos alunos e também importante para que, em alguns casos, os alunos entendessem o conceito matemático, como no caso do uso da balança das equações.

Experimento: a torre de Hanói

Conteúdo trabalhado

- Desenvolvimento de estratégias matemáticas;
- Investigação de padrões numéricos.

Objetivo do jogo

- Transportar todos os discos de uma torre para outra, no menor número de movimentos possível.

Figura 21–Torre de Hanói

Fonte: Autoria própria

Segundo uma lenda, a Torre de Brahma encontra-se no centro do mundo, sob a cúpula de um templo situado em Benares, na Índia. Neste centro, há uma placa de latão onde estão fixados três pinos de diamantes, em um dos quais, ao criar o mundo, Brahma colocou 64 discos de ouro, apoiados uns sobre os outros, e de diâmetro decrescente a partir da base. Segundo as imutáveis leis de Brahma, os sacerdotes do templo estão incumbidos da tarefa de transferir a pilha de discos para um dos outros dois pinos, trabalhando dia e noite sem cessar, sendo que devem mover um disco por vez e nunca pôr um disco maior sobre um menor que ele. A vida decorrerá durante essa tarefa, após o fim da tarefa, o templo, a torre e os sacerdotes serão transformados em pó, e o mundo desaparecerá com o estrondo de um trovão.

> No Ocidente, atribui-se a criação do jogo e da lenda da torre de Hanói ao matemático francês Eduard Lucas. O jogo teria sido comercializado como brinquedo sob a autoria do Professor Claus do colégio LI- SOU STIAN. Como brinquedos, eram usados oito discos, segundo as mesmas regras descritas na lenda (Barros, 2011, p. 28).

A torre de Hanói é uma atividade rica para desenvolver ideias e conceitos matemáticos, em diferentes níveis de ensino. No Ensino Fundamental, ele é mais utilizado para o desenvolvimento de estratégias e criação de padrões na perspectiva da resolução de problemas. No Ensino Médio, pode ser usado para desenvolver a lei de formação da função, que expressa o número mínimo de movimentos, e ensina como trabalhar domínio, contradomínio e imagem de uma função, como também a construção de gráficos. No Ensino Superior, pode-se trabalhar a indução finita, pois, por se tratar do conjunto dos números naturais, se usa a indução finita.

Mas é possível perceber que, em experiências, inclusive na graduação e na pós-graduação, por exemplo, na construção do gráfico obtido a partir do número de movimentos mínimos para transferir os discos de uma haste para outra, quando as pessoas vão construir o gráfico, geralmente reúne os pontos. Este é um momento importante para o professor ter uma tomada de consciência de perceber por que no gráfico formado não pode ligar os pontos.

Estrutura

A torre de Hanói é um jogo que tem a seguinte estrutura. Consiste de uma base retangular ou circular sobre a qual estão três pinos, e em um desses pinos são encaixados sete discos de diâmetros decrescentes a partir da base.

Regras do jogo

1. Só pode movimentar uma peça por vez;
2. Uma peça maior não pode ficar sobre uma menor;
3. Uma peça deve estar sempre numa das três hastes, ou em movimento.

Descrição da atividade

A descrição a seguir refere-se ao experimento realizado no Laboratório de Matemática de um museu, no dia 29 de setembro de 2015, quando observamos uma turma de 6º ano, com 16 alunos, na faixa etária de 10 a 12 anos, oriundos de uma escola municipal da cidade de Campina Grande-PB.

Inicialmente, os monitores fizeram a leitura de um texto sobre a torre de Hanói, mostrando curiosidades em torno da sua origem, como atividade recreativa em Matemática, identificando as regras de movimentação das peças e o objetivo do jogo. Nessa atividade, o aluno teria de transferir todas as peças de uma torre para outra, mas só poderia pegar uma peça de cada vez e não poderia deixar uma peça maior sobre uma peça menor.

Os monitores apresentaram o jogo começando com uma peça, para que os alunos percebessem que, com apenas um movimento, seria possível transferir a peça de uma haste para outra; depois, com duas peças; logo em seguida, com três peças; e assim por diante.

Até com três peças, os alunos fizeram rapidamente. Depois os monitores aumentaram para quatro peças. Nesse momento, alguns já começaram a apresentar algumas dificuldades em perceber uma estratégia para diminuir o número de jogadas para transferir as peças de uma haste para outra.

Durante o desenvolvimento da atividade, os alunos apresentaram dificuldade em relacionar uma estratégia na movimentação das peças quando aumentamos o número de discos, sendo preciso a ajuda dos monitores. Observamos a necessidade de intervir para que os alunos percebessem a relação entre o número de peças na torre inicial e o seu movimento.

Figura 22–Manipulação das peças da Torre de Hanói

Fonte: Autoria própria

Nessa intervenção, os monitores entregaram uma ficha a cada dupla e pediram que as duplas preenchessem a tabela de acordo com a quantidade de discos e a quantidade de movimentos que eles levaram para transferir de uma torre para outra.

Os alunos começaram a preencher a tabela de acordo com a quantidade de discos que colocavam nas hastes. Quando os alunos terminaram de preencher a tabela usando até cinco discos na haste, os monitores começaram a perguntar a quantidade de movimentos que cada dupla levou para transferir todas as peças de uma haste para outra.

Os monitores começaram perguntando quantos movimentos eles fizeram para transferir 2 discos. Todos os alunos responderam 3 movimentos. Quando foi perguntado quantos movimentos foram necessários para movimentar 3 discos, uns disseram 7 movimentos; e uma minoria disse 9 movimentos. E com 4 discos, quantos movimentos foram necessários para transferir de uma haste para outra? Uns alunos disseram 13 movimentos, outros 19 movimentos, até 25 movimentos foi dito na sala. E, por último, quantos movimentos foram necessários para movimentar 5 peças? Dois alunos disseram 60 movimentos, 4 alunos disseram 55 movimentos e os demais disseram que não conseguiram.

Feita essa comparação, o monitor começou dizendo que existe um modo de determinar uma quantidade mínima e fixa de movimentos para a quantidade de discos que se deseja transferir de uma haste para outra.

Monitor: Pessoal, como vocês perceberam, todos vocês conseguiram transferir as peças de uma haste para outra, a diferença foi a quantidade de movimentos de um para outro. Não foi isso?

A3E5: Foi.
Monitor: Qual foi a estratégia que vocês usaram para transferir os discos de uma haste para outra?
A2E5: Eu saí colocando, vendo se ia dar certo e pronto.
Monitor: Alguém mais tentou de outra forma?

Nesse momento, os alunos ficaram calados, ou seja, nenhum aluno conseguiu desenvolver uma estratégia para transferir os discos de uma haste para outra. Fazendo sempre pelo método da tentativa e erro. Como nenhum aluno observou isso, o monitor explicou que, a depender da quantidade de discos, existe uma estratégia.

Monitor: Quando a quantidade de discos for ímpar, você deve começar colocando o disco na haste em que eu quero colocar todos os discos. Quando a quantidade de discos for par, devemos começar colocando o disco pela haste que eu uso como suporte.

Feito isso, o monitor solicitou aos alunos que verificassem essa afirmação com o uso das torres. Os alunos comprovaram que realmente era verdade essa afirmação. Pudemos perceber claramente que o uso da torre de Hanói nessa parte do experimento serviu como suporte para a verificação de uma afirmação e não para a construção de ideias matemáticas.

Depois desse momento, o monitor fez a seguinte pergunta:

Monitor: Vocês já estudaram potências?
Alunos: Já sim.

Monitor: Observem que, de certa forma, existe uma relação entre o cálculo da potência de base dois e o número de jogadas, de acordo com a estratégia. Comparem o resultado para $2^1 = 2$, temos para uma peça, o número de jogadas é 1. Para $2^2 = 4$, temos para 2 peças, 3 jogadas. Para $2^3 = 8$, temos para 3 peças, 7 jogadas, e assim por diante, conforme o esquema do quadro para 4, 5, 6 e 7 peças.
A1E5: A relação é que temos sempre menos 1 no resultado.
Monitor: Você sabe explicar melhor isso que está dizendo?
A1E5: Sei não. (risos)
Monitor: Por exemplo, se eu tivesse 9 peças, como eu faria o cálculo?
A1E5: Sei lá.
Monitor: Alguém se arrisca a fazer?
A9E5: Eu sei. É só fazer 29 e, do resultado que der, você tira 1.
Monitor: Isso mesmo $2^9 = 512$ menos 1 que é igual a 511.
Alunos: Ahhh.... Agora fica fácil de resolver.

(Transcrição da fala dos alunos)

Essa atividade leva a uma consciência na realização que enriquece o significado do jogo, por, de certa forma, clarear a razão dos movimentos.

Experimento DO GEOPLANO

O geoplano é um material simples e de fácil acesso que pode ser confeccionado com uma tábua de madeira natural ou pintada, cujas medidas vão variar de acordo com a forma desejada, que servirá de base. Pregos médios, de preferência sem a cabeça, ou pinos de madeira, indicados para trabalhar com crianças, além de ligas ou barbantes coloridos com os quais podemos prender aos pregos, desenhando e formando figuras geométricas sobre o geoplano.

A distância entre um prego para outro, tanto na vertical quanto na horizontal, tem que ser a mesma, portanto há a necessidade de se utilizar uma régua ou papel milimetrado. Além disso, devemos considerar uma medida não tão grande que não possa ser representada na tábua, nem tão pequena que não possa ser visualizada, sendo mais indicado que as medidas sejam expressas por números naturais. Essa construção de conhecimento com auxílio do geoplano pode ser trabalhada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio .

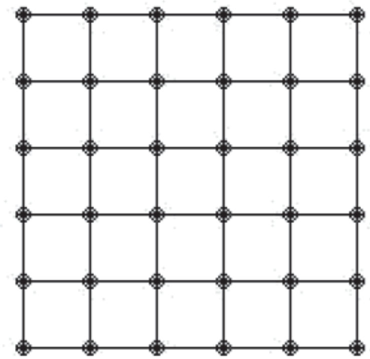
Esse material possibilita ao professor trabalhar vários assuntos, desde os anos iniciais até o Ensino Médio. Vejamos alguns dos assuntos que podem ser trabalhados com essa ferramenta pedagógica:

- **Anos Iniciais:** construções livres, figuras planas, simetria, a construção da tabuada, polígonos, entre outros.
- **Ensino Fundamental II:** Teorema de Pitágoras, áreas, tipos de triângulo, reta, segmento de reta.

Entre os diferentes tipos de geoplano, podem ser encontrados:

Isométricos: em que os pregos ou pinos são colocados na interseção das linhas. Nesse caso, pode usar a malha quadriculada.

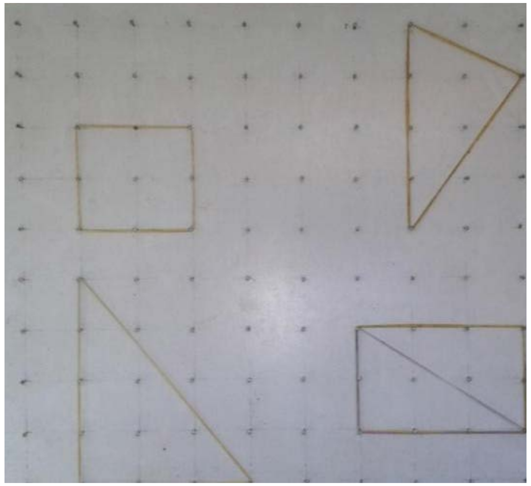
Figura 23–Geoplano isométrico



Fonte: Autoria própria

Quadrados: são formados de uma malha quadrada com o mesmo número de pregos ou pinos de cada lado.

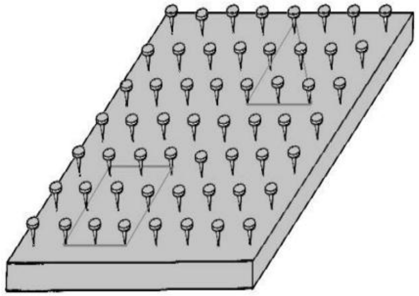
Figura 24–Geoplano quadrado



Fonte: Autoria própria

Retangulares: neste tipo, o número de pregos ou pinos de cada lado varia dois a dois:

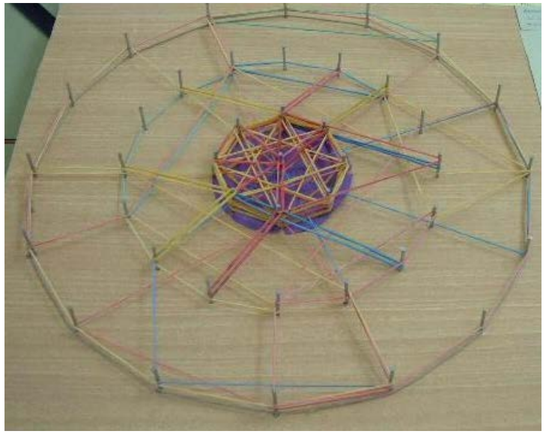
Figura 25–Geoplano retangular



Fonte: Disponível em Google Imagens

Circulares: neste tipo, como o próprio nome diz, os pregos ou pinos são dispostos em forma circular:

Figura 26–Geoplano circular



Fonte: Autoria própria

Entre os tipos de geoplanos que citamos, nosso experimento foi realizado com o geoplano quadrado.

Conteúdo trabalhado

- Perímetro e área de figuras planas.

Objetivo do experimento

- Mostrar a diferença entre perímetro e área;
- Entender como se calcula a área do retângulo e do triângulo usando composição e decomposição de figuras.

Material utilizado

- Um geoplano.

As tarefas propostas surgiram com o intuito de trabalhar os conceitos de perímetro e área, introduzindo aspectos que fogem à rotina, como o trabalho com um instrumento “manipulativo”, no caso específico o geoplano. As tarefas têm uma forte componente prática e simultaneamente integradora de outros conceitos matemáticos já apreendidos.

Descrição da atividade

A descrição a seguir refere-se ao experimento realizado no Laboratório de Matemática do Museu Público da Paraíba, no dia 13 de outubro de 2015, em que observamos uma turma de 6º ano, com 18 alunos, na faixa etária de 10 a 12 anos, oriundos de uma escola municipal da cidade de Campina Grande-PB.

Inicialmente, o monitor perguntou à turma quem gostava de Matemática e todos ficaram calados, uns até riram. O monitor disse que a atividade do dia seria aprender a calcular área e perímetros de figuras planas usando o geoplano.

Monitor: Pessoal, vocês conhecem o geoplano?

A resposta foi unânime: ninguém conhecia.

Monitor: O geoplano é um pedaço de madeira, de forma quadrada ou retangular, ou até mesmo circular, com vários pregos cravados, que pode ser usado para calcular áreas e perímetros de figuras planas.

Nesse momento, o monitor pediu para que os alunos formassem duplas e entregou para cada dupla um geoplano com algumas ligas.

Monitor: Pessoal, quero que vocês usem as ligas e o geoplano para formar figuras geométricas.
A10E6: Qualquer tipo de figura?
Monitor: Sim.
Passados alguns minutos, as equipes formaram várias figuras: retângulos, quadrados, trapézios, triângulos.

Figura 27–Alunos manuseando o geoplano

Fonte: Autoria própria

Monitor: Muito bem, estou vendo que vocês conhecem bem as figuras geométricas.

Vale salientar que o simples fato de os alunos terem construído algumas formas geométricas não garante que eles as conheçam. Como o monitor falou, podemos muitas vezes construir uma figura e não saber que é uma figura geométrica, principalmente no que se refere às ideias conceituais e às relações entre as figuras geométricas (quadrado, retângulo, triângulo, losango, entre outros).

Monitor: Vocês sabem o que é perímetro? E o que é área?

A1E6: Acho que é o tamanho dos lados.
Monitor: O quê? A área ou o perímetro?
A1E6: O perímetro.
Monitor: Como assim?
A1E6: A gente mede os lados e soma tudo.
A12E6: É não, é multiplicar a parte de baixo pela altura.
A1E6: Isso daí é a área.
Monitor: Então o que é área?
A12E6: Acho que é a parte que fica cercada da figura.
Monitor: Muito bem, é isso mesmo. Vamos deixar as coisas mais claras agora. Para saber o perímetro, a gente mede o contorno da figura.

(Transcrição da fala dos alunos)

Pudemos perceber uma dificuldade que muito aluno tem ao confundir perímetro com área. Muitas vezes, essa dificuldade persiste porque o professor só faz falar e não usa nenhum material de apoio para o aluno manusear, medir e experimentar, vivenciar e ver a diferença entre área e perímetro.

Segundo Serrazina e Matos (1988, p. 114):

> Muitas vezes, o perímetro e a área são introduzidos através de fórmulas. Mais tarde, é pedido aos alunos que determinem o "comprimento à volta", ou o "espaço ocupado", e muitos não são capazes de reconhecer aquelas ideias [...] Os alunos devem passar por muitas experiências concretas construídas por eles próprios, até chegarem à compreensão da utilização das fórmulas.

Foi possível perceber também que o uso do material didático nesse experimento serviu como instrumento de verificação de resultados matemáticos e não para a construção de ideias matemáticas. Isso mostra a concepção do uso do MDM pelo monitor responsável pela atividade, que é justamente o uso do MDM para justificar resultados e não para a construção de ideias

Essa é uma das grandes dificuldades quando se trabalha com os MDM, pois o professor tende mais a mostrar os resultados do que formar o conceito. Daí é possível perceber a importância de um planejamento mais cuidadoso para que essas concepções do uso do MDM fiquem claras para os monitores.

Uma das formas que se podia trabalhar a ideia de perímetro com o geoplano seria, por exemplo, imaginar que uma certa região do geoplano era um cercado onde um determinado fazendeiro teria que fazer uma cerca para colocar seu rebanho de vacas. Tomando como referência o espaçamento entre um prego e outro do geoplano, como 2 metros, quantos metros de tela o fazendeiro precisaria para cercar o terreno? Com isso, possivelmente o aluno ia perceber o que é perímetro.

Uma outra forma de se trabalhar área e perímetro seria utilizar, no lugar de ligas, pedaços de barbantes para que os alunos pudessem perceber que, em um mesmo perímetro, posso ter áreas diferentes.

Segundo Serrazina e Matos (1988), o jogo do geoplano insere-se num conjunto que visa proporcionar aos alunos maior interação e integração, estimulando a compreensão de certos conceitos, mais fácil e rapidamente concretizáveis nessa ferramenta.

O uso do MDM nessa situação é um recurso muito útil, pois trata de forma lúdica esses conceitos básicos e importantes, de forma que o aluno possa construir uma linha de pensamento do concreto para o abstrato.

Depois que o monitor explicou o que era perímetro, deu o seguinte comando para os alunos:

> **Monitor:** Usando o espaço entre um prego e outro como sendo 1 unidade de comprimento, construa um retângulo de base medindo 6 unidades de medidas de comprimento e altura medindo 4 unidades de medidas.
> Os alunos construíram sem dificuldades.
> **Monitor:** Agora quero que vocês achem o perímetro desse retângulo.
> **A8E06:** Professor, é só contar os espaçamentos entre os pregos, *né*?
> **Monitor:** Isso mesmo.
> Assim todos os alunos chegaram à conclusão de que o perímetro do retângulo era 20 unidades de medidas de comprimento.
> **Monitor:** Pessoal, agora quem sabe como calcular a área desse retângulo?
> **A4E6:** Eu sei, é a área da base vezes a altura.
> **Monitor:** Muito bem, mas por que é base vezes altura?
> **A4E6:** Não sei, foi a professora que ensinou assim.
> **Monitor:** Ela ensinou certo. Mas será que tem outra forma de encontrarmos a área? O que vocês acham?
> Todos ficaram calados!
> **Monitor:** Pessoal, o retângulo que vocês construíram é formado por quantos quadradinhos?
> **A10E6:** 24.
> **Monitor:** E quanto é a área do retângulo todo?
> **A10E6:** Ah, então a área do retângulo é a quantidade de quadradinhos que tem dentro do retângulo?
> **Monitor:** É sim. Agora construam outros retângulos e vejam se vai dar certo para os outros.

Mais uma vez, pudemos perceber o uso do MDM para a verificação de resultados matemáticos. Seria interessante, nesse momento, o monitor levar os alunos a perceberem que a área estava relacionada justamente com a disposição dos quadrados que compõem a figura, ou seja, a disposição retangular. Pois, se quiser saber a quantidade de quadrados que compõem a figura, é só contar a quantidade que tem na diagonal e a quantidade na vertical e multiplicar, assim temos a quantidade total de quadrados que compõem a figura, que é justamente a área da figura.

Passados alguns minutos os alunos verificando se realmente dava certo, o monitor perguntou:

> **Monitor:** E aí, pessoal, deu certo para todos vocês que fizeram?
> **A7E6:** Deu sim. A gente estava comparando, fazendo multiplicando a base vezes a altura, dava um valor. Quando a gente somava os quadrados que formavam o retângulo, também dava o mesmo valor.

Monitor: Muito bem!

(Transcrição da fala dos alunos)

Terminada essa etapa, o monitor perguntou para os alunos quem sabia calcular a área de um triângulo. Muitos disseram que não lembravam, apenas um aluno respondeu dizendo que era a base vezes a altura, dividido por dois. Quando o monitor perguntou porque a área do triângulo era calculada daquela forma, o aluno não soube responder.

Nesse momento, o monitor pediu para que os alunos construíssem um retângulo qualquer e, usando uma liga de cor diferente, traçassem uma diagonal em qualquer lado do retângulo.

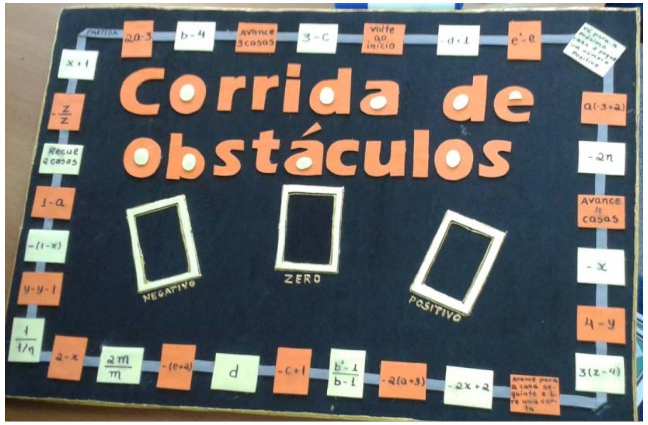
A2E6: Olha, formou dois triângulos.
A6E6: Por isso que a área do triângulo retângulo é base vezes altura dividido por dois, *né*, professor?
Monitor: Isso mesmo. Nesse caso, a área do triângulo é metade da área do retângulo.

(Transcrição da fala dos alunos)

Verificamos que, nessa etapa, o uso do MDM foi de fundamental importância para que os alunos deduzissem que a área do triângulo é metade da área do retângulo. Foi possível perceber também que o conceito de área é usado de forma que os alunos só decoram as fórmulas, sem fazerem qualquer relação entre os diferentes contextos

Experimento: corrida de obstáculos[11]

Figura 28–Jogo Corrida de obstáculos



Fonte: Autoria própria

Conteúdo trabalhado

- Cálculo com expressões algébricas.

Objetivo do experimento

- Desenvolver a capacidade de resolver alguns cálculos algébricos usando o cálculo mental;
- Trabalhar o valor numérico de uma expressão algébrica.

[11]. Adaptado do caderno do mathema, jogos matemáticos de 6º a 9º ano. P. 85

Material utilizado

- Um tabuleiro com o jogo Corrida de obstáculo;
- Um dado;
- Marcadores de cores diferentes;
- 18 cartas com números positivos, sendo três cartas de cada um dos seguintes valores: + 1, + 2 , + 3, + 4, +5, +6; e 18 cartas de números negativos, sendo 3 cartas um dos valores: -1, -2, -3, -4, -5, -6 e 5 cartas zero.

Regras do jogo[12]

1. As cartas são embaralhadas e colocadas nos respectivos lugares do tabuleiro, viradas para baixo;
2. Os jogadores posicionam seus marcadores sobre o tabuleiro no ponto de partida;
3. Cada jogador, na sua vez, lança o dado e avança o número de casas igual ao número obtido no dado e retira uma carta de um dos montes à sua escolha;
4. Efetuam-se os cálculos, e o resultado obtido indica o valor e o sentido do movimento. Se for positivo, recua o número de casas correspondentes ao número obtido. Se for zero, não se desloca;
5. Se o marcador cair em uma casa que contenha uma instrução, o jogador deverá exaltá-la nessa mesma jogada;
6. Sempre que o jogador escolher um número que anule o denominador da expressão, deverá voltar à casa de partida;
7. O vencedor é o jogador que completar em primeiro lugar duas voltas no tabuleiro;
8. Caso um dos três montes de cartas esgote-se antes do final do jogo, então as respectivas cartas devem ser embaralhadas e recolocadas no tabuleiro.

[12]. Adaptado do Caderno do Mathema, jogos matemáticos de 6º a 9º ano, p. 89.

Descrição e análise da atividade

A descrição a seguir refere-se ao experimento realizado no Laboratório de Matemática de um museu na cidade de Campina Grande, no dia 03 de maio de 2016, em que observamos uma turma de 9º ano, com 18 alunos, na faixa etária de 14 a 17 anos, oriundos de uma escola municipal.

Para o desenvolvimento dessa atividade, dividimos a exposição do jogo em três momentos:

Momento 1

Os alunos chegaram ao laboratório, acomodaram-se ao longo da mesa e, em seguida, os monitores perguntaram quem já tinha ido ao laboratório de Matemática. Alguns disseram que já haviam ido, então o monitor perguntou qual experimento eles tinham visto no laboratório, a que responderam o dominó das operações.

Como havia alunos que ainda não tinham visitado o laboratório de Matemática do museu, o monitor disse que esse laboratório ia ser um local do museu onde eles iriam estudar Matemática a partir de experimentos. Perguntamos ainda quem sabia resolver expressões algébricas. Alguns disseram que sabiam, outros que não lembravam mais e os demais ficaram calados.

Momento 2

Os monitores perguntaram aos alunos se eles eram bons de fazer cálculos mentais, um deles respondeu dizendo que era, e os demais ficaram calados. Um dos monitores explicou que o experimento que eles iriam realizar seria a corrida de obstáculos, um jogo matemático que serve para relembrar expressões algébricas, exercitar o cálculo mental e trabalhar o valor numérico das expressões algébricas.

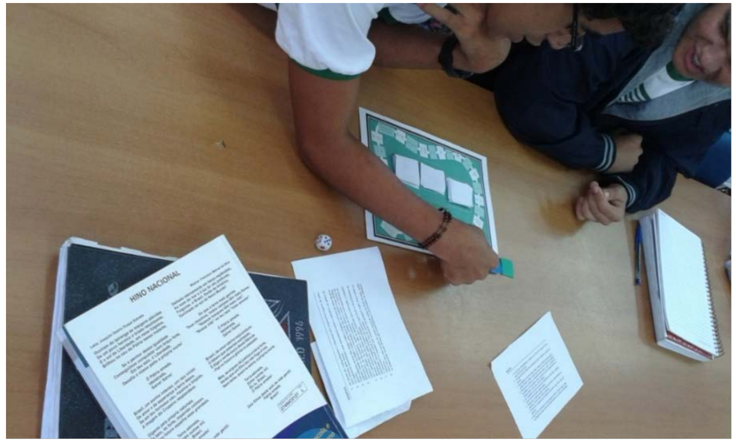
Feito isso, o monitor apresentou o tabuleiro e as regras do jogo aos alunos, explicando regra por regra, enfatizando que fizessem mentalmente os cálculos e que, só em último caso, utilizassem lápis e papel.

Figura 29–Expli**cação das regras do jogo Corrida de obstáculos**

Fonte: Autoria própria

Momento 3

Figura 30–Alunos jogando o jogo Corrida de obstáculos



Fonte: Autoria própria

Dado início ao jogo, foi possível observar algumas fragilidades com relação às operações solicitadas. Por exemplo, o jogo tinha a seguinte expressão –d+ 1, quando d= -3, e uma equipe disse que o resultado era 2.

Outra dificuldade observada foi–(1-*x*), quando *x*= -1, e uma equipe disse que o resultado era 0; quando perguntamos o porquê, obtivemos como resposta.

A3E7: O resultado dá zero porque 1-1=0.
Monitor: Você está esquecendo da relação de sinais.
A3E7: *Aonde*?
Monitor: Olha, você tem -1 para substituir por *x* não é isso?
A3E7: É.

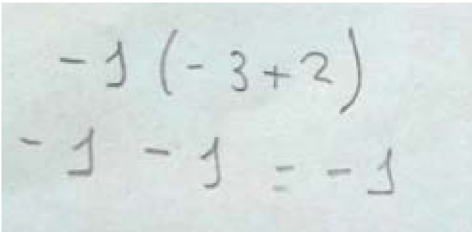
Monitor: Só que o *x* é negativo. Nesse caso, você tem que fazer a relação de sinais.
A3E7: Ah... entendi, então vai ficar menos por menos, aí fica mais, *né*?
Monitor: Isso mesmo. Então o resultado é quanto?
A3E7: Menos dois.
Monitor: Exato!

(Descrição das falas dos alunos)

Outro ponto observado foi a insistência dos alunos em usar caneta e papel na hora de resolver os cálculos. Até nas expressões mais simples, como no caso de 4- d, quando d= -2, eles insistiram em usar. Poucos alunos não usaram caneta e papel para responder a todas as expressões trabalhadas no jogo.

Isso mostra que, apesar de os alunos estarem no 9º ano do Ensino Fundamental II, eles apresentavam muitas dificuldades, tanto em relação aos sinais quanto na resolução das expressões algébricas mesmo. Isso fica evidente na imagem a seguir.

Figura 31–Erro cometido pelo aluno A4E7



Fonte: Autoria própria

Outro objetivo do jogo era fazer com que o aluno percebesse que, em uma mesma expressão algébrica, poderíamos ter vários valores numéricos a depender do valor da carta escolhida pelo jogador. Por exemplo, se tinha a expressão e as cartas 0, 3 e -3, qual seria a carta mais vantajosa para que o aluno escolhesse?

Foi possível perceber que alguns tinham essa preocupação, pois faziam tabelas, como mostra o modelo a seguir:

Carta	Expressão	Resultado
0	0=	4
3	4-3=	1
-3	4-(-3)=	7

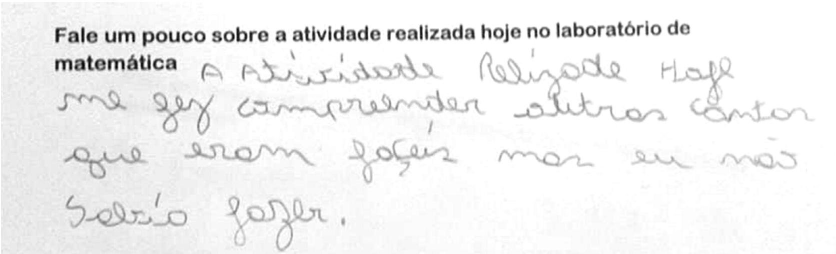
Fazendo uma tabela, os alunos viam que, dependendo da carta, o valor da expressão mudava, assim eles tinham que escolher uma carta que tivesse o maior valor numérico para que pudessem avançar mais rápido no jogo e, consequentemente, ganhar. Então, nesse jogo, é possível se deslocar ou não, dependendo do valor numérico da expressão.

Nesse momento, a ideia principal é trabalhar o conceito de variável, pois, a depender do valor da variável, ou seja, o número contido na carta, o valor numérico da expressão muda, apesar de ser a mesma expressão. Espera-se que o professor possa fazer com que o aluno pense em outros valores da expressão, além do valor das cartas do jogo.

À medida que as dúvidas iam surgindo, o monitor ia de grupo em grupo e tirava as dúvidas, ou quando percebia que a dúvida era mais geral, ia para o quadro e explicava para todos.

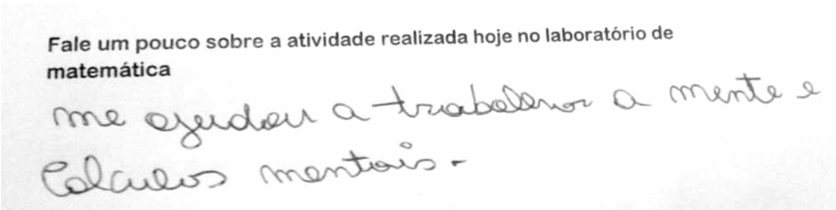
O jogo foi avaliado de forma positiva pelos alunos. Podemos observar isso quando pedimos que eles falassem um pouco sobre a atividade realizada no museu, do que obtivemos alguns comentários como os descritos a seguir.

Figura 32–Fala do aluno A5E7


Fale um pouco sobre a atividade realizada hoje no laboratório de matemática A Atividade Relizade Hoje me fez compreender outros contos que eram fáceis mas eu não sabia fazer.

Fonte: Autoria própria

Figura 33–Fala do aluno A9E7


Fale um pouco sobre a atividade realizada hoje no laboratório de matemática me ajudou a trabalhar a mente e Calculos mentais.

Fonte: Autoria própria

O uso dos jogos, nesse caso, serviu para mostrar algumas fragilidades que alguns alunos têm em relação às operações envolvendo relações de sinais. Foi possível perceber também grandes dificuldades na solução de expressões algébricas, pois muitas vezes eles não sabiam se resolviam primeiro uma divisão ou uma multiplicação; uma adição ou uma subtração.

Considerações Finais

Nosso trabalho propôs investigar o uso e as perspectivas de um LEM no desenvolvimento de ideias e conceitos matemáticos, que ocorreu sob a forma de aulas experimentais em um museu público do Estado da Paraíba.

A experiência realizou-se com alunos do 6º e do 9º ano do Ensino Fundamental, em uma parceria conjunta entre a Universidade Estadual da Paraíba, a Secretaria de Educação da cidade de Campina Grande e o referido museu. O projeto envolvia outras áreas do conhecimento, como Biologia, Física e Química. Mas o trabalho realizado nesta pesquisa limitou-se à observação da construção de ideias matemáticas nas aulas experimentais de Matemática.

Queremos destacar que o projeto no qual fomos inseridos para desenvolver esta pesquisa é bastante inovador, na medida em que faz uma ponte entre universidade – escola – museu, e permite aos licenciandos, em diferentes níveis da sua formação, uma ação-reflexão sobre o exercício da prática docente.

No desenvolvimento deste estudo, foi possível constatar que existem diferentes concepções de museus, seja ele museu aberto ao público, museu-escola, museu-escola-universidade, cada um com suas semelhanças no que diz respeito a propiciar a aprendizagem através de exposições, embora também apresentem diferenças com relação ao modo de funcionamento, ao público-alvo e ao tempo.

A partir da experiência observada, apresentamos novas perspectivas que possam aprofundar ainda mais projetos dessa natureza, tendo em vista a complexidade do cotidiano escolar. Assim, além de um olhar para a produção da área de Educação Matemática, baseamo-nos também em outras pesquisas que tratam do uso dos museus como ambientes de aprendizagem em áreas como Biologia, Física e Química.

Fundamentando nossas leituras em Aroca (2008), Bemvenuti (2004), Bizerra (2009), Fahl (2003), Massabki (2011), Mori (2014), Oliveira (2010), Pugliese (2015), entre outros, refletimos sobre como utilizar um LEM no museu de modo que as aulas realizadas fossem aulas experimentais, assim como acontece em Física, Biologia e Química. Para a elaboração dessas aulas experimentais, fizemos uso de materiais didáticos de manipulação para que fosse possível desenvolver ideias matemáticas ao longo dos experimentos realizados.

Ao pensar em um LEM de um museu, podemos perceber que ele apresenta pontos em comum com o LEM da escola no seguinte sentido: ambos têm como objetivo proporcionar uma aprendizagem com compreensão dos conceitos e ideias matemáticas através da investigação; têm como objetivo o desenvolvimento e o aprimoramento de novos métodos de ensino; favorecem a formação inicial do professor de Matemática, na medida em que o professor passa a ser um investigador de sua prática pedagógica; proporcionam um maior envolvimento entre aluno/aluno e aluno/professor, entre outros aspectos.

Se o LEM do museu se assemelha tanto com o LEM da escola, então o que diferencia os dois? Para responder a essa pergunta, basta pensarmos na dinâmica de funcionamento de um museu. Ao visitarmos um determinado museu, não passamos muito tempo em uma determinada exposição, nem muito menos começamos a ver uma exposição em um dia e voltamos em outro para terminar de ver a continuação da exposição do dia anterior, ou seja, as exposições de um museu são momentâneas, não muito longas, sendo possível de serem vistas em um único momento. Não existe uma continuidade das exposições.

É nesse sentido que devemos pensar em um LEM de um museu: em aulas experimentais pensadas no tempo programado, que oferecem oportunidades aos alunos de vivenciarem experiências matemáticas com o uso de materiais didáticos de manipulação, ao mesmo tempo em que o professor responsável pela exposição faz com que o aluno desenvolva ideias matemáticas a partir das experiências realizadas.

Outro ponto que diferencia o LEM de um museu do LEM da escola é a questão da não continuidade das atividades. No LEM da escola, o professor pode preparar sequências de atividades para as quais ele vai precisar de uma quantidade de aula para sua execução, até porque os alunos que vão para o LEM da escola são os mesmos em todos os encontros. Isso não ocorre no LEM do museu, pois, por se tratar de um museu, a rotatividade de pessoas é grande, ou seja, os alunos que vão em um LEM de um museu em um determinado encontro não são os mesmos que vão no encontro seguinte, por isso as atividades do LEM do museu não oferecem oportunidade de fazer sequências que se estendam a outros momentos. Há um tempo determinado para realizar cada experimento.

Em alguns encontros, como o do jogo da Corrida de obstáculos, não foi possível a algumas equipes concluir o jogo por questão de tempo, sendo necessárias, em outro encontro, algumas adaptações das regras. Assim percebemos a importância de um planejamento detalhado sobre como realizar determinado experimento, num intervalo de tempo relativamente menor do que o que dispomos no LEM da escola.

Mas vale salientar que isso não significa que, quando vamos fazer experimentos de laboratório na escola, não seja necessário um planejamento cuidadoso, pois o planejamento é essencial para uma boa exploração dos materiais didáticos que se deseja usar.

Em relação ao uso e à exploração do espaço do LEM no Museu Vivo de Ciências e Tecnologia, o desenvolvimento das atividades foi possível em virtude da sua boa estrutura e por ser um LEM muito bem equipado. Tivemos apenas que, em alguns experimentos, confeccionar o material que iríamos utilizar em virtude de um quantitativo pequeno.

Ao fazermos uso dos MDM nos experimentos realizados no laboratório de Matemática do museu, identificamos que, quando bem conduzidos em relação aos seus objetivos em sala de aula, existem possibilidades tais quais:

- O trabalho em equipe – muitos experimentos realizados envolviam a necessidade do trabalho em equipe.
- A argumentação do colega ou do professor sugere ao aluno envolvido com a atividade um repensar sobre os conteúdos matemáticos envolvidos, observando aspectos da atividade que não foram observados num primeiro momento (Silva, 2012, p. 109).
- Um ensino-aprendizagem reflexivo – no momento de tentar justificar o desenvolvimento da atividade e no processo de exploração dos conteúdos.
- Entusiasmo dos alunos durante o experimento realizado – foi possível observar que. em grande parte dos experimentos realizados, os alunos mostravam grande envolvimento com a atividade proposta, no sentido de estar em busca da solução e de fazer comparação com as soluções de seus colegas.
- Instrumento de mediação – foi fundamental o uso de MDM como instrumento de mediação no processo de construção de ideias matemáticas. Pois, no momento em que o aluno faz uso de materiais que lhe permitem reproduzir um modelo que se assemelha com elementos matemáticos da sua realidade, ele pode ser capaz de explorar conceitos abstratos sem muitas dificuldades.
- Durante a realização dos experimentos, foi possível observar que o uso do material didático de manipulação foi usado muito mais como um instrumento para a verificação de resultados matemáticos do que para o desenvolvimento de ideias matemáticas. Isso se deve ao pouco tempo destinado às atividades e ao fato de os monitores, por estarem em um processo inicial de formação, muitos deles ainda no início do curso, terem dificuldades com relação ao uso dos materiais didáticos, tendo em vista a formação de conceitos cien-

> tíficos, processo este que exige um tempo longo de formação, não é fácil e não acontece de forma rápida.

Entretanto, nas aulas de planejamento, eram analisadas com os monitores as experiências realizadas, num processo de ação-reflexão, processo que parece ter contribuído bastante para uma mudança nas suas práticas, fato que tem sido bem destacado pelos próprios monitores. Ainda conforme depoimento do coordenador da área, nota-se um avanço da prática dos monitores após um ano de experiência.

Em uma perspectiva vigotskiana, o material didático precisa ser usado como uma proposta de elaboração de problemas e não só como um instrumento de verificação, para que ele seja uma ponte para a formação do conceito.

> O desenvolvimento dos conceitos, ou significados das palavras, pressupõe o desenvolvimento de muitas funções intelectuais: atenção deliberada, memória lógica, abstração, capacidade para comparar e diferenciar (Vigotsky, 2008, p. 104).

Segundo Vigotsky (2008), em algum momento durante a atividade com o uso de materiais didáticos, o professor vai ter que intervir de modo que o aluno consiga sair do material didático para a abstração matemática.

Nesse sentido, torna-se cada vez mais importante o trabalho de planejamento e reflexão-ação com os monitores de modo a prepará-los para o uso mais adequado dos materiais didáticos de manipulação, não só como instrumentos de verificação de resultados, mas como instrumentos problematizadores para o desenvolvimento de conceitos e ideias matemáticas.

> A construção dos conceitos científicos vai, aos poucos, formando-se a partir da identificação mais precisa das características específicas e da explicitação mais consistente das dimensões sociais desses conceitos, levantadas na fase da problematização, bem como por meio de comparações com outros conceitos que estejam sendo estudados (Gasparin, 2011, p. 56).

Ainda segundo Gasparin (2011), para compreender com maior clareza as ações didático-pedagógicas na construção dos conceitos científicos, é necessário observar que o desenvolvimento desses conceitos se dá por um caminho diverso daquele que propicia o desenvolvimento dos conceitos cotidianos.

> Os desenvolvimentos dos conceitos, ou dos significados, pressupõem o desenvolvimento de muitas funções intelectuais: atenção deliberada, memória lógica, abstração, capacidade para comparar e diferenciar. Esses processos psicológicos complexos não podem ser dominados apenas através da aprendizagem inicial (Vigotski, 2008, p. 104).

Por isso, durante os experimentos realizados, estávamos o tempo todo preocupados em desenvolver ideias matemáticas, pois, como afirma Vigotski, o desenvolvimento de conceitos é algo complexo e requer um maior tempo para ser construído pelos alunos.

A partir da experiência realizada e dos estudos teóricos, observamos que o uso de um LEM no museu inicialmente acontece sob a perspectiva de aulas de reforço, um espaço para a realização de atividades experimentais e uma extensão da sala de aula, funcionando, nesse sentido, como o LEM da escola. Entendemos que o uso sob essa perspectiva pode variar dependendo do projeto que é realizado, da concepção de quem elabora o projeto e de quem está no projeto.

Além dessas contribuições em relação ao processo de ensino-aprendizagem, esta pesquisa mostra como um museu associado ao LEM pode contribuir para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, desde que haja uma proposta de atividade com objetivos bem definidos e a ideia de que o laboratório de Matemática, nesse sentido, é um local de visita onde os alunos podem aprender Matemática com atividades experimentais rápidas.

Uma outra contribuição desta pesquisa é que, até a data de sua conclusão, ainda não havia nenhuma pesquisa nos bancos de dissertações e teses, disponíveis na BDTD (http://bdtd.ibict.br/vufind/) que relacionasse museu com laboratório de Matemática. O que encontramos são pesquisas que falam sobre museu e laboratório de Biologia ou Física, mas nada relacionado a Matemática.

Referências

ALMEIDA, A. M. Desafios da relação museu-escola. **Comunicação & Educação**. São Paulo, set./dez. 1997.

ALMEIDA, A. F. **Repercussões do uso de materiais didáticos manipuláveis em aulas de geometria.** 2011. 200f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Faculdade de Educação–Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, 2011.

AGUIAR, M. **Uma ideia para o Laboratório de Matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação)–Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999, 216 p.

BARRETO, C. S. **Laboratório de Ensino de Matemática**: conhecendo, avaliando e construindo. 2014. 112f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática)–Universidade Estadual do Sul da Bahia, Vitória da Conquista, 2014.

BARROS, R. J. A. do. **A utilização dos jogos na aprendizagem de indução finita no Ensino Superior.** 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal do Pernambuco – UFPE, Recife, 2011.

BEZERRA, J. M. **Didática especial de Matemática.** Rio de Janeiro, JR: MEC/ CADES, 1956.

BIZERRA, A. F. **Atividades de aprendizagem em museus de ciências**. 2009. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de São Paulo, USP, São Paulo, 2009.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Tradução Maria J. Alvarez, Sara B. Santos e Telmo M. Baptista. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática/ Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, DF: MEC/ SEF, 1998.

CAVALCANTI, L. B. **Funcionamento e efetividade do laboratório virtual de ensino de Matemática na formação inicial de professor de Matemática na modalidade EAD**. 2014. 319p. Tese (Doutorado em Educação)–Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 2014.

CARVALHO, D. L. de. **Metodologia do Ensino da Matemática.** 2. ed. São Paulo, SP: Cortez, 1994. (Coleção Magistério 2º grau. Série Formação do Professor)

CARVALHO, M. V. C.; PEREIRA, J. S. Sentidos dos tempos na relação museu/escola. **Cad. Cedes**, Campinas, v. 30, n. 82, p. 383-396, set./dez. 2010.

CEDRO, W. L. **O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino:** o clube de Matemática. Dissertação (Mestrado em Educação)–Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004, 171p.

FALCÃO, A. **Museu como lugar de memória.** TV Escola/Salto para o futuro. Rio de Janeiro, RJ, 2009.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no Ensino da Matemática. **Boletim da SBEM**, SBM, São Paulo, ano 4, n. 7, 1990.

FISCARELLI, R. B. de O. **Material didático:** discurso e saberes. Araraquara: Junqueira&Marin, 2008.

FRANÇA, M. **Museus do estado da Paraíba**. Disponível em: http://culturapopular2.blogspot.com.br/2010/05/museus-do-estado.html. Acesso em: 22 jan. 2016.

GASPARIN, J. L. **Uma didática para a pedagogia histórico-critica**. Autores Associados, 2011. Coleção Educação Contemporânea. Campinas, SP.

GRANDO, C. M. **O abstrato, o concreto e o formal no discurso e na ação pedagógica dos acadêmicos de prática de ensino em Matemática da UNOESC–Chapecó.** 2000. 109f. Dissertação

(Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianópolis, 2000.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de Matemática e materiais didáticos manipuláveis. *In*: LORENZATO, S. (Org.). **O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006. p. 3-37.

MACHADO, N. J. **Matemática e realidade**: análise. 4. São Paulo, SP: Cortez, 2009.

MACHADO, N. J. **Matemática e Língua Materna**: análise de uma impregnação mútua. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

MIGUEL, J. C. **O ensino de Matemática na perspectiva da formação de conceitos:** implicações teórico-metodológicas. Núcleos de Ensino-PROGRAD-UNESP. 1. ed. São Paulo, SP: Editora UNESP. Disponível em: http://www.inf.unioeste.br/~rogerio/Ensino-Matematica-Enfoque-Conceitos.pdf. Acesso em: 20 abr. 2016.

MOURA, D. S. **Laboratórios de práticas ensino e aprendizagem**: uma análise sobre a importância das disciplinas na formação inicial de professores de Matemática da UFRGS. 2013. 56f. TCC (Licenciatura em Matemática)–Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

MOURA, M. O. (Coord.) **O estágio na formação compartilhada do professor:** retratos de uma experiência. São Paulo: Feusp, 1999.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à educação matemática**. 11. ed. Campinas, SP: Papiros, 1997.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, SP, Ano 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005.

NÉRICI, I. G. **Didática:** uma introdução. São Paulo: Atlas, 1983.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**, n. 1, p. 7-16, 1993.

PEREIRA, J. S. **Escola e museus**: diálogos e práticas. Belo Horizonte: Secretaria de Estado de Cultura. Superintendência de Museus. Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais / Cefor, 2007. 128 p.

RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. Materiais manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de Matemática. *In*: RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. (Orgs.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

ROCCO, C. M. K. **Práticas e discursos:** análise histórica dos materiais didáticos no ensino de geometria. 2010. 138f. Dissertação (Mestrado em Educação)–Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2010.

SANTANA, W. M. G. de. **O uso de recursos didaticos no ensino do conceito de área**: uma análise do livro didático para as séries finais do ensino fundamental. 2006. 198f. Dissertação (Mestrado em) – Universidade Federal do Pernambuco, UFPE, Recife, 2006.

SILVA, M. E. B. **Laboratório de Matemática**: a contribuição dos jogos associados as novas tecnologias. 2012. 47f. Monografia (Especialização em Mídias na Educação)–Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

SILVA, R. A. **O uso de material didático de manipulação no cotidiano da sala de aula de Matemática.** 2012. 125f. Dissertação (Mestrado em Ensino de ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, UEPB, Campina Grande, 2012.

SILVA, A. J. N. **Formação lúdica do futuro professor de Matemática por meio do laboratório de ensino**. 2014. 196f. Dissertação (Mestrado em Educação)–Universidade de Brasília, UNB, Brasília, 2014.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; CÂNDIDO, P. **Figura e Formas**. Porto Alegre: Artmed, 2003.

SMOLE, K. S.; DINIZ, E. M. **Jogos de Matemática de 6º a 9º ano**. Porto Alegre: Artmed, 2007. (Série Cadernos do Mathema–Ensino Fundamental)

SOARES, L. H. O concreto e o abstrato no ensino de matemática. *In*: 4º SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus, BA, **Anais** [...], set. 2015.

TURRIONI, A. M. S. **O laboratório de educação Matemática na formação inicial de professores**. 2004. 175f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)–Universidade Estadual Paulista, UNESP, Rio Claro, 2004.

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, G. Implementando um laboratório de educação Matemática para apoio na formação de professores de Matemática. *In*: LORENZATO, S. (Org.). **O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006. p. 57- 76.

VALIO, D. T. C. **Frações**: estratégias lúdicas no ensino da Matemática. 2014. 103f. Dissertação (Mestrado em Educação)–Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2014.

VENTURA, S. R. R. **O geoplano na resolução de tarefas envolvendo os conceitos de área e perímetro**: um estudo no 2º Ciclo do ensino básico. 2013. 164f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Lisboa, Portugal, 2013.

VIGOTSKI, L. S. **Pensamento e linguagem**. Tradução: Jefferson Luiz Carmo; Revisão técnica: José Cipolla Neto. 3. ed. São Paulo, SP: Martins Fontes, 2005.

Formato *15x21 cm*
Tipologia *Alegreya / Poppins*
Nº de Pág. *163*

Editora da Universidade Federal de Campina Grande- EDUFCG

edufcg